

Criptografia: uma possibilidade didática para o ensino de matrizes

Resumo: Este artigo apresenta o desenvolvimento de uma sequência didática que alia o tema criptografia ao conteúdo de matrizes, utilizando planilhas eletrônicas. Com base nas ideias de integração curricular, temas de interesse, Temas Contemporâneos Transversais e o uso das tecnologias, busca-se apresentar um caminho possível para a prática docente. O objetivo foi explorar as potencialidades dessa abordagem para promover um ensino contextualizado. A pesquisa qualitativa foi desenvolvida com 23 estudantes de uma escola pública no Rio Grande do Sul, utilizando questionários e registros escritos para produção de dados. Os resultados indicam que a sequência didática contribuiu para a compreensão e revisão do conteúdo de matrizes, possibilitando a contextualização e o uso de recursos tecnológicos.

Palavras-chave: Criptografia. Currículo. Ensino Médio. Matemática.

Cryptography: a didactic possibility for teaching matrices

Abstract: This article presents the development of a teaching sequence that combines the topic of cryptography with the content of matrices, using electronic spreadsheets. Based on the ideas of curricular integration, themes of interest, Transversal Contemporary Themes and the use of technologies, we seek to present a possible path for teaching practice. The objective was to explore the potential of this approach to promote contextualized teaching. The qualitative research was developed with 23 students from a public school in Rio Grande do Sul, using questionnaires and written records to produce data. The results indicate that the didactic sequence contributed to the understanding and review of the matrix content, enabling contextualization and the use of technological resources.

Keywords: Cryptography. Curriculum. High School. Mathematics.

Criptografía: una posibilidad didáctica para la enseñanza de matrices

Resumen: Este artículo presenta el desarrollo de una secuencia didáctica que combina el tema de criptografía con el contenido de matrices, utilizando hojas de cálculo electrónicas. A partir de las ideas de integración curricular, temas de interés, Temas Contemporáneos Transversales y el uso de tecnologías, buscamos presentar un camino posible para la práctica docente. El objetivo fue explorar el potencial de este enfoque para promover la enseñanza contextualizada. La investigación cualitativa se desarrolló con 23 estudiantes de una escuela pública de Rio Grande do Sul, utilizándose cuestionarios y registros escritos para la producción de datos. Los resultados indican que la secuencia didáctica contribuyó a la comprensión y revisión del contenido de la matriz, posibilitando la contextualización y el uso de recursos tecnológicos.

Palabras clave: Cifrado. Currículo. Escuela Secundaria. Matemáticas.

1 Introdução

Pesquisas em Educação Matemática ressaltam a importância de uma abordagem contextualizada para o ensino dos conteúdos matemáticos na Educação Básica. Dessa maneira, o ensino por meio de temas relevantes para a formação dos estudantes configura-se como uma estratégia válida para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, pois possibilita a

Bárbara Elisa Kranz
Secretaria Municipal de Educação de Montenegro
Montenegro, RS — Brasil
ID 0000-0002-5686-0005
✉ barbaraelisa13@hotmail.com

Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil
Porto Alegre, RS — Brasil
ID 0000-0001-5560-9276
✉ clarissa_olgin@yahoo.com.br

Recebido • 19/11/2024
Aceito • 24/04/2025
Publicado • 10/08/2025

Editora • Janine Freitas Mota 

ARTIGO

contextualização do ensino com base em situações do mundo real.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) utiliza a estratégia do ensino com temáticas, com a proposta dos Temas Contemporâneos Transversais (Brasil, 2019), bem como reitera a importância de contextualizar os conteúdos a fim de contribuir para a formação crítica e cidadã dos estudantes. A partir dessa visão, as Temáticas de Interesse propostas em Olgin (2015) englobam diferentes características e relações com os conteúdos matemáticos do Ensino Médio que podem conectar com o cotidiano dos estudantes. Entre as temáticas classificadas em Olgin (2015), destaca-se para este artigo o Conhecimento Tecnológico e a Contemporaneidade que evidenciam a relevância das tecnologias digitais e de questões advindas de contextos sociais.

Assim, a criptografia surge como um tema apropriado para explorar essas Temáticas de Interesse, pois viabiliza o ensino contextualizado de conteúdos matemáticos como aritmética, análise combinatória, estatísticas, funções, matrizes e outros. Também oportuniza a utilização de tecnologias digitais como ferramenta facilitadora na resolução de problemas envolvendo cifras e códigos. Dessa forma, atividades didáticas de codificação e decodificação podem ser propostas para explorar os conteúdos matemáticos, com vistas a aprimorar os conceitos estudados e atribuir significados para a aprendizagem dos estudantes (Olgin, 2015).

Neste artigo, apresentamos as contribuições de uma sequência didática¹ que foi desenvolvida com base no tema criptografia para trabalhar, no Ensino Médio, o conteúdo de matrizes com a utilização das planilhas eletrônicas do Excel.

2 Currículo de Matemática e o ensino por meio de temáticas

Na perspectiva de Coll (1999), o Currículo pode ser concebido como um planejamento que orienta as práticas educativas, definindo o objetivo e oferecendo subsídios à ação docente que se estrutura em questões centrais, como o que ensinar, quando ensinar, como ensinar, e como e quando avaliar.

Ampliando essa visão, D'Ambrosio (2011) entende o currículo como um conjunto de estratégias que visam alcançar metas educacionais amplas, elaboradas a partir da integração de objetivos, conteúdos e métodos. Já Sacristán (2017) destaca que o currículo não deve ser visto como um objeto estático ou como resultado de um modelo educacional coerente e definitivo, mas como uma práxis que transcende a dimensão explícita do projeto de socialização cultural nas escolas, prática socializadora e cultural, expressa por meio de subsistemas e práticas pedagógicas diversas.

Na pesquisa, o currículo é compreendido como um elemento essencial para a organização e orientação das práticas educativas, funcionando como uma ferramenta estratégica, normativa e prática. Não se limita a ser um documento prescritivo, mas representa um processo dinâmico e em constante evolução que integra objetivos educacionais com as práticas pedagógicas e sociais de maneira abrangente e flexível. Dessa forma, o currículo é entendido como uma construção social e prática que, entre outras funções, seleciona e legitima saberes.

Em relação ao currículo de Matemática, Azcárate (1997) argumenta que ele deve ser estruturado por meio de uma rede de temas que permita aos estudantes compreender e interagir com a realidade social, cultural, política e econômica. Assim, os conteúdos envolvidos devem

¹ Este artigo é um recorte da dissertação de mestrado intitulada *Caminhos para o currículo de Matemática do Ensino Médio: contextualizando o conteúdo de matrizes com o tema criptografia*, defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil, escrita pela primeira autora e orientada pela segunda autora.

refletir os interesses, preocupações e os desafios dos estudantes, estando conectados a diferentes aspectos da vida cotidiana. Beane (2003) complementa essa perspectiva ao sugerir que o conhecimento deve ser organizado em torno de centros organizadores — problemas relevantes ou temas centrais — que buscam relacionar o currículo com questões do mundo real, promovendo a unificação de um saber muitas vezes fragmentado. Para o autor, por meio desses centros organizadores, elaboram-se atividades que integram diferentes conteúdos e disciplinas, evidenciando aos estudantes que os conhecimentos escolares estão diretamente ligados a suas experiências e necessidades fora da escola.

Assim, os autores enfatizam a importância de um currículo que esteja profundamente conectado ao contexto social dos estudantes, promovendo uma aprendizagem integradora. Nessa visão, os conhecimentos escolares não são tratados como elementos isolados, mas interligados com a realidade vivida pelos estudantes, favorecendo uma educação contextualizada e relevante para sua formação integral.

A BNCC ressalta a importância de as instituições de ensino incorporarem temas contemporâneos em seus currículos (Brasil, 2018). Para isso, a normativa destaca que, no trabalho com esses assuntos, é necessário considerar as necessidades, possibilidades e interesses dos estudantes, além de suas identidades linguísticas, étnicas e culturais. Nesse contexto, são introduzidos os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) que visam contextualizar o conteúdo ensinado, trazendo à tona temas de interesse dos estudantes e que são relevantes para o seu desenvolvimento como cidadãos (Brasil, 2019).

Dessa forma, os TCT abordam questões relacionadas às vivências da comunidade escolar e da contemporaneidade, podendo ser trabalhados de forma transversal e integradora nas diversas disciplinas. Ao desenvolver habilidades associadas aos componentes curriculares, os TCT são considerados conteúdos essenciais para a Educação Básica, sendo organizados em seis macroáreas temáticas que englobam quinze temas contemporâneos (Figura 1).

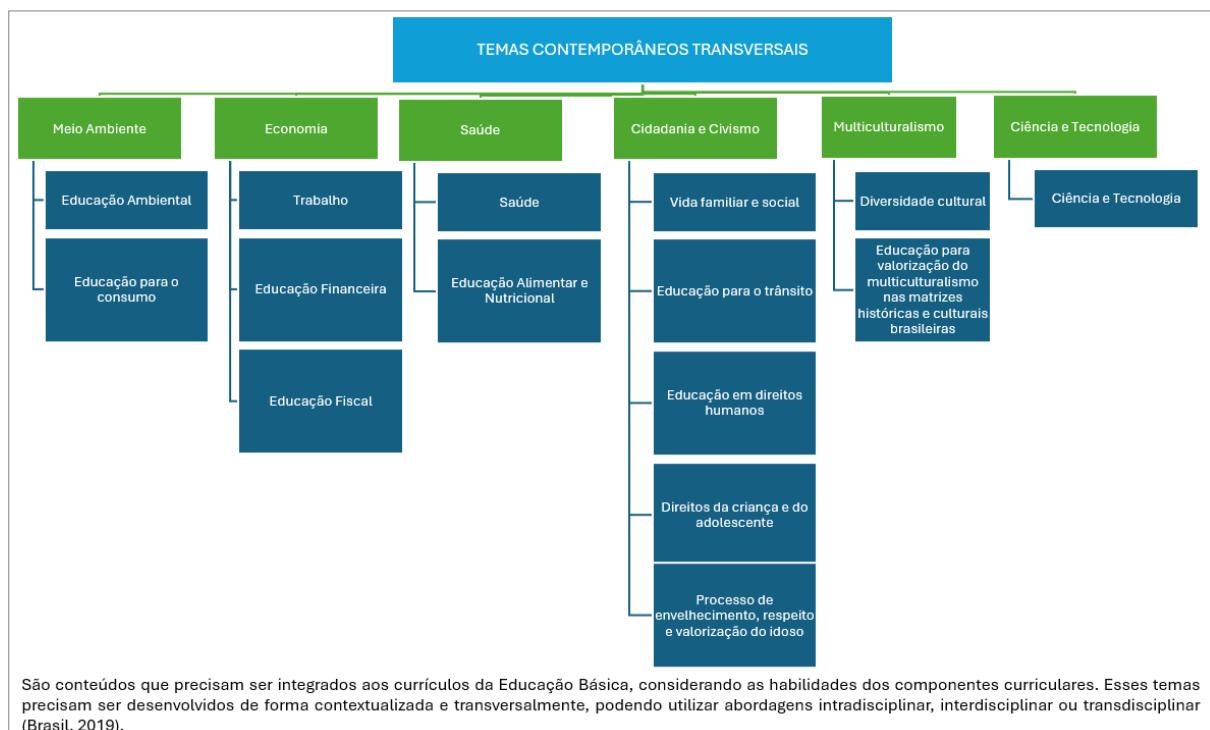


Figura 1: Temas Contemporâneos Transversais da BNCC (Adaptado de Brasil, 2019)

Os TCT retratam assuntos que se relacionam com questões do mundo real, como a utilização do dinheiro e das tecnologias digitais, os cuidados com a saúde e o meio ambiente, o respeito às diferenças, aos direitos e deveres civis, entre outros (Brasil, 2019).

Ao encontro das propostas de trabalhos por meio de temas, destacam-se as Temáticas de Interesse (Olgin, 2015) que possibilitam aos estudantes o desenvolvimento de valores sociais, culturais, políticos e econômicos, atendendo as necessidades e objetivos das pessoas envolvidas na relação educativa. Em Olgin (2015, p. 65), esses temas são definidos como sendo “assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos”.

É proposta uma classificação desses assuntos em oito Temáticas de Interesse (Quadro 1) com o intuito de promover no currículo de Matemática em “uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos da Área da Matemática” (Olgin, 2015, p. 130).

Quadro 1: Classificação e descrição das Temáticas de Interesse

Temáticas	Descrição
Conhecimento Tecnológico	Esta temática possibilita o trabalho com Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), pois pode auxiliar e enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem, uma vez que facilitam as pesquisas, as trocas de informações, permitem fazer simulações de ambientes reais, entre outras.
Contemporaneidade	Essa temática possibilita o envolvimento dos estudantes em uma rede de assuntos que lhes permite interagir com os conteúdos, mostrando a aplicabilidade desses na vida na sociedade atual.
Cultura	Esta temática permite desenvolver assuntos relacionados à arte musical, cênica, visual e ao esporte, considerando-se os aspectos relacionados às tradições locais, nas quais os estudantes estão inseridos.
Intramatemática	Esta temática explora temas matemáticos que foram desenvolvidos ao longo da história e levaram ao desenvolvimento tanto da Matemática quanto de diversas outras áreas. Também podem ser um recurso que promove o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático.
Meio Ambiente	Esta temática permite que os estudantes percebam as inter-relações existentes entre o meio ambiente e o mundo natural e social, tendo como base os conhecimentos locais (cultura e tradição) e científicos.
Político-social	Esta temática trata de assuntos relevantes à formação dos estudantes como sujeitos críticos, reflexivos e comprometidos com a sociedade, pois trabalha com questões relacionadas à realidade, aos interesses dos estudantes, aos direitos e deveres do cidadão.
Saúde	Esta temática desenvolve assuntos que, relacionando-os com conteúdos matemáticos, podem auxiliar no modo de vida dos estudantes, na escolha de hábitos pertinentes a uma vida saudável.
Temáticas Locais	Esta temática permite relacionar os conteúdos matemáticos a assuntos da realidade na qual o estudante está inserido, viabilizando discussões de questões relativas às práticas sociais e conflitos locais.

Fonte: Kranz (2021, p. 48)

A proposta apresentada em Olgin (2015) visa à inserção de assuntos relacionados à vida contemporânea, conectando-os a conteúdos matemáticos, com o objetivo de identificar as possibilidades e os desafios para a sua implementação no currículo de Matemática do Ensino Médio. Entre as Temáticas de Interesse, destaca-se o Conhecimento Tecnológico e

Contemporaneidade que possibilitam o trabalho com tecnologias digitais e o desenvolvimento de questões atuais da sociedade, como a criptografia.

Devido à sua aplicabilidade e à contextualização de conteúdos matemáticos, como as matrizes, o tema criptografia foi desenvolvido nesta investigação explorando os recursos das planilhas eletrônicas do Excel por meio de uma sequência didática.

3 Tecnologias digitais: a utilização das planilhas eletrônicas em sala de aula

A BNCC menciona a importância de inserir as tecnologias digitais nos currículos escolares com o objetivo de promover melhorias na Educação, visto que, ao compreender e utilizar esses recursos, os estudantes podem se comunicar, acessar e compartilhar informações, além de produzir conhecimento (Brasil, 2018). Nesse contexto, um dos objetivos da área de Matemática no Ensino Médio é empregar tecnologias digitais, como calculadoras e planilhas eletrônicas, para descrever e representar matematicamente situações e características da realidade (Brasil, 2018).

Para que as tecnologias digitais contribuam efetivamente para o processo de construção do conhecimento, elas precisam ser inseridas e integradas aos processos educacionais; caso contrário, seu potencial transformador não será plenamente explorado (Valente, 2013). Nesse sentido, Moraes e Fagundes (2011) apontam que o uso desse recurso deve enriquecer o ambiente escolar e favorecer a troca de saberes entre os estudantes. Para Castro (2016), as tecnologias digitais são poderosas aliadas no ensino de matemática, propiciando novas formas de percepção de conteúdos que não poderiam ser desenvolvidas apenas com as tecnologias tradicionais. Além disso, essas ferramentas viabilizam o uso de diferentes linguagens e meios de representação do conhecimento.

Com relação ao emprego das planilhas eletrônicas como recurso pedagógico, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) indicam que as planilhas são programas que manipulam tabelas cujas células podem ser relacionadas por expressões matemáticas (Brasil, 2006). Além disso, para operar uma planilha em nível básico, é necessário conhecimento matemático similar ao uso de calculadoras, porém, com maiores critérios quanto à notação, já que as operações e funções são definidas sobre as células de uma tabela, utilizando notação para matrizes (Brasil, 2006).

Ainda, Flores (2021) destaca que o uso de planilhas eletrônicas favorece a catalisação de mudanças nas aulas de Matemática, pois o *software* pode funcionar como um fio condutor para a criatividade, facilitando simulações e modelagens do cotidiano. Para Conceição (2013), as planilhas permitem automatizar cálculos e investigar transformações no plano. Em Dellinghausen, Galle e Olgin (2017), as planilhas são entendidas como facilitadoras do ensino de matemática, permitindo que os estudantes descubram comandos e fórmulas, verifiquem resultados e ampliem seus conhecimentos.

A utilização das tecnologias digitais em sala de aula pode favorecer o processo de ensino e de aprendizagem, devido às diferentes possibilidades de construção do conhecimento que elas oportunizam. Nesse sentido, buscou-se explorar os recursos das planilhas eletrônicas do Excel na sequência didática, visando familiarizar os estudantes com essas tecnologias, apresentar suas potencialidades para o ensino de matemática e os comandos necessários para o uso dessa ferramenta.

4 Um breve histórico da criptografia

A criptografia se refere à arte ou ciência de escrever em código, ou seja, à ocultação de mensagens para garantir a segurança de sua transmissão (Carneiro, 2017; Urgellés, 2018). O desenvolvimento de métodos para ocultação foi crucial para garantir que as mensagens fossem

transmitidas de forma segura e eficiente, sem que seu conteúdo fosse interceptado. A partir dessa necessidade, surgiram os códigos, cifras e chaves, elementos fundamentais para o cenário da criptografia.

Historicamente, as guerras desempenharam um papel importante no avanço da criptografia, pois a comunicação segura entre aliados era essencial. No século V a.C., os espartanos usavam o dispositivo conhecido como Citale para enviar mensagens durante as batalhas contra os atenienses. Esse dispositivo consistia em um bastão no qual tiras de couro ou papel eram enroladas e a mensagem era escrita ao longo do bastão. O método criptográfico usado pela Citale baseava-se na transposição, que reorganizava os caracteres da mensagem (Urgellés, 2018).

Um dos primeiros métodos criptográficos de substituição foi desenvolvido por Políbio, no século III a.C., e consistia na substituição das letras da mensagem por outras letras ou símbolos. Na Cifra de Políbio, cada letra era representada por um par de letras. Posteriormente, a Cifra de César, criada no século I a.C., substituía cada letra da mensagem por outra que tinha três posições à frente no alfabeto (Urgellés, 2018). Esses métodos de substituição, conhecidos como cifras monoalfabéticas, eram relativamente simples e podiam ser facilmente decifrados por criptoanalistas por meio da análise de frequência.

O método de cifras polialfabéticas foi introduzido por Leon Battista Alberti, no século XV, que utilizava dois alfabetos cifrados. No entanto, no século XVI, a Cifra de Vigenère tornou-se a mais famosa entre essas cifras, permitindo a criptografia de mensagens com base em uma palavra-chave e 26 alfabetos cifrados (Singh, 2003; Urgellés, 2018). Já no século XVII, a Cifra de Gronsfeld utilizou apenas 10 alfabetos e, como chave, algarismos de 0 a 9. Mais tarde, no século XIX, Wheatstone e Lord Playfair realizaram uma variação da Cifra de Políbio, conhecida como Cifra de Playfair, que substituía pares de letras por outros pares (Singh, 2003; Urgellés, 2018).

Durante a Primeira Guerra Mundial, a Alemanha utilizou a Cifra ADFGVX, que combinava métodos de substituição e transposição para codificar suas mensagens (Singh, 2003; Urgellés, 2018). E, na Segunda Guerra Mundial, a Máquina Enigma, inventada por Arthur Scherbius em 1923, foi um poderoso instrumento de cifragem usado pela Alemanha nazista. No entanto, em 1939, uma equipe de criptoanalistas, liderada por Alan Turing, conseguiu decifrar a Enigma, desenvolvendo o protótipo do primeiro computador moderno, o Colossus (Singh, 2003; Urgellés, 2018).

Buscando novos métodos criptográficos, em 1929, o matemático Lester Sanders Hill desenvolveu um sistema baseado em aritmética modular e álgebra linear, utilizando matrizes. Todavia, o maior avanço na criptografia veio com a computação moderna, em que a linguagem binária permitiu a realização rápida e eficiente de tarefas criptográficas. Conforme Urgellés (2018), a criptografia para computadores começou a evoluir na década de 1970, com o algoritmo Lucifer, projetada para proteger as mensagens enviadas por computadores. O algoritmo de chave pública, inicialmente teorizado por Whitfield Diffie, foi aperfeiçoadinho em 1977 por Ron Rivest, Adi Shamir e Len Adelman, que desenvolveram o algoritmo RSA, baseado nas propriedades dos números primos, e que ainda é amplamente utilizado na atualidade (Benatti e Benatti, 2019).

Entretanto, a criptografia moderna pode enfrentar desafios como o avanço da computação quântica, que possui o potencial de processar informações de maneira exponencialmente mais rápida do que os computadores especificamente. Em 1984, Charles Henry Bennett e Gilles Brassard idealizaram um sistema de criptografia quântica baseado na transmissão de fótons polarizados, mostrando as previsões dessa nova abordagem criptográfica (Urgellés, 2018).

Rodrigues e Sá (2019) argumentam que a criptografia é um tema gerador que pode facilitar a aprendizagem matemática por estar presente no cotidiano dos estudantes, mesmo que implicitamente, e por possibilitar um envolvimento construtivo e prazeroso. Dessa maneira, percebe-se que é possível usar tanto a abordagem histórica, que mostra a evolução da criptografia ao longo do tempo, quanto conectá-la aos conteúdos matemáticos explorados no Ensino Médio, promovendo uma sequência didática mais dinâmica e contextualizada.

5 Metodologia

A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, cujo objetivo foi descrever o significado dos resultados obtidos por meio de questionários, registros escritos e arquivos das atividades realizadas pelos participantes, sem recorrer à mensuração quantitativa. Também se utilizou a análise descritiva dos dados obtidos para proporcionar uma compreensão mais ampla e significativa do fenômeno estudado (Bogdan e Biklen, 1994).

Com o intuito de potencializar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, foi elaborada uma sequência didática que empregou recursos tecnológicos aliados ao tema criptografia, visando ao desenvolvimento do conteúdo de matrizes, conforme orientado pelos documentos curriculares nacionais (Brasil, 2018, 2019).

A pesquisa foi desenvolvida em seis etapas, descritas a seguir.

1^a etapa — levantamento de pesquisas, em artigos, dissertações e teses na área de Ensino de Matemática, que abordaram o tema criptografia relacionada a conteúdos matemáticos do Ensino Médio;

2^a etapa — estudo dos documentos curriculares brasileiros e da abordagem de pesquisas e livros didáticos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2018 sobre o conteúdo de matrizes;

3^a etapa — elaboração do referencial teórico em torno dos Temas de Interesse para o currículo de Matemática do Ensino Médio, das Tecnologias na Educação Matemática e do apanhado histórico referente ao tema criptografia;

4^a etapa — construção dos questionários e da sequência didática que incluiu a história em quadrinhos *Aurora e a Criptografia*, atividades envolvendo cifras históricas e o conteúdo de matrizes, e vídeos;

5^a etapa — aplicação dos questionários e da sequência didática com estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública no município de Montenegro/RS, de forma remota, por meio da plataforma *Moodle*, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), e de um grupo no *WhatsApp*;

6^a etapa — a análise dos dados obtidos por meio dos questionários aplicados, registros escritos e arquivos de atividades, enviados pelos estudantes por meio do Excel na plataforma *Moodle*.

6 A sequência didática

Conforme Pannuti (2004, p. 4), uma sequência didática “se constitui numa série de ações planejadas e orientadas com o objetivo de promover uma aprendizagem específica e definida”. Nesse sentido, a sequência didática elaborada para a pesquisa é formada pela história em quadrinhos intitulada *Aurora e a Criptografia*, atividades envolvendo as cifras históricas e as cifras com matrizes, além de vídeos mostrando atividades de codificação e decodificação.

A história em quadrinhos acompanha Aurora (Figura 2), uma estudante apaixonada por matemática que, durante as férias, se dedica a estudar criptografia. Fascinada pela descoberta

desse assunto, Aurora decide compartilhar seu aprendizado com os amigos quando as aulas retornam. Ela propõe a eles resolverem cifras, acreditando que isso os ajudará a aprender mais sobre o tema. A partir daí, Aurora e seus amigos embarcam em uma aventura de codificação e decodificação utilizando as cifras históricas e cifras com matrizes.



Figura 2: Quadrinhos da história em quadrinhos (Kranz, 2021, p. 74)

As atividades da sequência didática contemplaram as cifras históricas de Vigenère, Playfair, ADFGVX e Hill, além da Cifra MKO, desenvolvida no âmbito da pesquisa para explorar operações com matrizes. Assim, foram elaboradas dez atividades de cada uma das cifras, organizadas em cinco arquivos, cada um contendo duas atividades de cada tipo. Para familiarização dos estudantes com o *software* Excel, todas as atividades elaboradas para a sequência didática foram montadas nas planilhas eletrônicas. O Quadro 2 apresenta uma síntese das atividades didáticas propostas na pesquisa.

Quadro 2: Síntese das atividades didáticas da sequência didática

Atividade didática	Objetivo
Cifra de Vigenère	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para a decodificação de uma mensagem utilizando a Cifra de Vigenère.
Cifra ADFGVX	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para decodificação de uma mensagem utilizando a Cifra ADFGVX.
Cifra de Playfair	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para decodificação de uma mensagem utilizando a Cifra de Playfair.
Cifra de Hill	Conhecer e aplicar os procedimentos utilizados para decodificação de uma mensagem utilizando a Cifra de Hill.
Cifra MKO — adição de matrizes	Explorar as operações de adição de matrizes e matriz transposta para a codificação e decodificação de uma mensagem com a Cifra MKO.
Cifra MKO — subtração de matrizes	Explorar as operações de subtração de matrizes e matriz transposta para a codificação e decodificação de uma mensagem com a Cifra MKO.
Cifra MKO — multiplicação entre matrizes	Explorar as operações de multiplicação entre matrizes e matriz inversa para a codificação e decodificação de uma mensagem com a Cifra MKO.
Cifra MKO — multiplicação de matrizes por escalar e adição de matrizes	Explorar as operações de adição de matrizes, multiplicação de matriz por um escalar e matriz transposta para a codificação e decodificação de uma mensagem com a Cifra MKO.
Cifra MKO — multiplicação de	Explorar as operações de subtração de matrizes, multiplicação de

matrizes por escalar e subtração de matrizes	matrizes por um escalar e matriz transposta para a codificação e decodificação de uma mensagem com a Cifra MKO.
--	---

Fonte: Kranz (2021, p. 73)

A seguir, são apresentadas as atividades elaboradas com base na Cifra ADFGVX e na Cifra MKO, que aborda a parte histórica e explora o conteúdo de matrizes, respectivamente.

A Cifra ADFGVX é composta pela combinação dos métodos de substituição e transposição (Singh, 2003; Urgellés, 2018). Primeiramente, é realizada a substituição de cada letra da mensagem por um par de letras obtidos por meio de um quadro 7×7 , que dispõe das letras do alfabeto e dos algarismos, por meio da correspondência da linha pela coluna. Em seguida, aplica-se o método de transposição, o qual requer a definição de uma palavra-chave sem letras repetidas. A partir dessa palavra será estabelecido um quadro cuja primeira linha consiste na palavra-chave e as seguintes pelos caracteres determinados na primeira parte da cifragem. Após esse processo, organiza-se a palavra-chave em ordem alfabética, reorganizando assim suas colunas. Com a aplicação dos dois métodos, a mensagem é criptografada e pode ser encaminhada a partir das linhas do quadro. A Figura 3 apresenta uma atividade da Cifra ADFGVX que integra a sequência didática.

CIFRA ADFGVX



Estou enviando uma mensagem secreta para você. Esta frase foi extraída de uma música que eu gosto muito. Para descobri-la você terá que utilizar a Cifra ADFGVX, utilizando a palavra-chave **MUSICA**. A mensagem é:

“GDVXGD AGFVVV XAFVVV GDAVDD XXVXAX DGFDDA”

Utilize o Quadrado da Cifra ADFGVX para descobrir a mensagem secreta da Aurora.

A	D	F	G	V	X	
A	X	K	Z	D	T	P
D	R	9	0	M	F	3
F	B	6	G	8	4	J
G	N	1	W	H	A	U
V	5	E	S	Y	O	Q
X	L	V	C	2	7	1

Figura 3: Atividade da Cifra ADFGVX (Kranz, 2021, p. 86)

Para decodificar a mensagem enviada, deve-se seguir os passos da codificação em ordem contrária. Dessa forma, reorganiza-se a mensagem de acordo com a ordem alfabética das letras da palavra-chave. Em seguida, ordena-se a disposição original das colunas, realocando os caracteres conforme a palavra-chave. Por fim, utiliza-se o quadro para trocar cada dígrafo pela letra correspondente, revelando o texto original (Figura 4).

A Cifra MKO foi desenvolvida por nós e explora conceitos e as operações com matrizes, como matriz identidade, matriz transposta, matriz inversa, adição de matrizes, subtração de matriz, multiplicação de matriz por um número escalar e multiplicação entre matrizes. Para realizar a codificação ou decodificação das mensagens com a Cifra MKO, é preciso realizar as operações com matrizes indicadas, utilizar o alfabeto codificador/decodificador e a matriz-chave.

RESOLUÇÃO						
PASSO I						
A	C	I	M	S	U	
G	D	V	X	G	D	
A	G	F	V	V	V	
X	A	F	V	V	V	
G	D	A	V	D	D	
X	X	V	X	A	X	
D	G	F	D	D	A	

PASSO II						
M	U	S	I	C	A	
X	D	G	V	D	G	
V	V	V	F	G	A	
V	V	V	F	A	X	
V	D	D	A	D	G	
X	X	A	V	X	X	
D	A	D	F	G	D	

PASSO III

VAMOS NOS PERMITIR 01

Figura 4: Decodificação da mensagem com a Cifra ADFGVX (Elaboração própria)

A Figura 5 apresenta uma atividade da Cifra MKO que compõe a sequência didática.



Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

| 25 | 16 | 21 | 16 | 37 | 16 | 13 | 15 | 15 | 31 |

A matriz-chave para essa mensagem é:

2	7
9	11
7	8
4	1
2	3

A matriz-mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em coluna. Para decodificar essa mensagem, você deverá subtrair da matriz-mensagem a transposta da matriz-chave.

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

REVELE A MATRIZ ORIGINAL

Comece a matriz original pela célula Y7

QUAL É A MENSAGEM?

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

ALFABETO

CODIFICADOR / DECODIFICADOR

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	Ç	*
24	27	26	29	28	31	30

ENCONTRE A MATRIZ TRANPOSTA

Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula P7

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM

Comece a matriz mensagem pela célula P16

Figura 5: Atividade da Cifra MKO (Kranz, 2021, p. 90)

As atividades mostram a viabilidade de elaborar uma sequência didática que relaciona o conteúdo de matrizes ao tema da criptografia, integrando o uso de planilhas do Excel.

7 Descrição e análise da sequência didática

A pesquisa foi desenvolvida com 23 estudantes do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Técnica São João Batista, em Montenegro, Rio Grande do Sul. Devido à pandemia de Covid-19, as atividades foram realizadas de forma remota, utilizando o ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*, do PPGECIM. A produção de dados ocorreu entre setembro e outubro de 2020, em seis encontros que incluíram questionários, a história em quadrinhos desenvolvida para a pesquisa e cinco atividades que exploraram cifras históricas e o conteúdo de matrizes.

Para analisar os registros dos estudantes, foram considerados os dados enviados na plataforma *Moodle*. No entanto, em função do formato *online* e do contexto da pandemia, apenas seis estudantes completaram todas as atividades propostas ao final dos encontros. Dessa forma, os dados analisados se referem a esses participantes, identificados de A1 a A6.

A BNCC (Brasil, 2018) aponta a importância de os estudantes valorizarem e utilizarem os conhecimentos historicamente construídos para compreender e explicar a realidade, além de continuarem aprendendo. Nesse sentido, a história em quadrinhos *Aurora e a Criptografia* e as atividades com cifras históricas tinham como objetivo mostrar a relevância desses conhecimentos ao longo dos séculos e exemplificar a evolução dos métodos criptográficos. Para exemplificar as cifras históricas, foi apresentada a resolução de uma atividade envolvendo a Cifra ADFGVX.

Solucionar a atividade da Cifra ADFGVX demandava que os estudantes utilizassem o quadro dessa cifra de modo que encontrassem a letra correspondente à intersecção do dígrafo da mensagem codificada, depois de terem realizado a organização da mensagem codificada em linhas conforme a palavra-chave. Esse quadro dispõe um alfabeto e os algarismos, de forma aleatória, que remete à ideia de uma matriz de ordem 6×6 . A partir dessa cifra, podem-se explorar as ideias de disposição de elementos em linhas e colunas, como conceitos de matrizes.

Para o desenvolvimento da atividade com a Cifra ADFGVX, o estudante A4 utilizou uma folha quadriculada (Figura 6), que remete às células da planilha eletrônica, para o desenvolvimento da proposta.

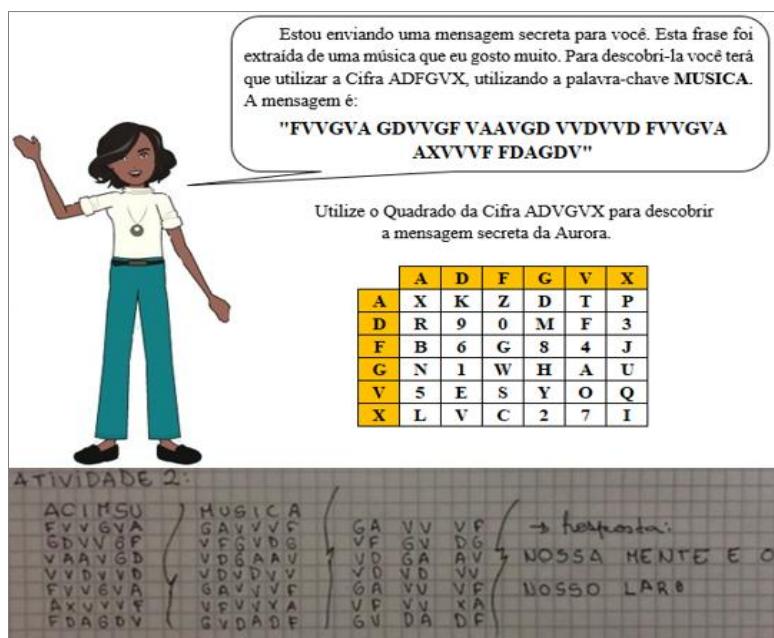


Figura 6: Resolução da atividade da Cifra ADFGVX pelo estudante A4 (Kranz, 2021, p. 108)

O estudante A5 (Figura 7) solucionou a atividade da Cifra ADFGVX com o emprego da planilha eletrônica do Excel.



Estou enviando uma mensagem secreta para você. Esta frase foi extraída de uma música que eu gosto muito. Para descobri-la você terá que utilizar a Cifra ADFGVX, utilizando a palavra-chave **MUSICA**. A mensagem é:
XXXDGXV DVVAGG VVVAGV ADVDGA DGFGDV

A	C	I	M	S	U
X	X	D	G	X	V
D	V	V	A	G	G
V	V	V	A	G	V
A	D	V	D	G	A
D	G	F	G	D	V

M	U	S	I	C	A
G	V	X	D	X	X
A	G	G	V	V	D
A	V	G	V	V	V
D	A	G	V	D	A
G	V	D	F	G	D

GV	XD	XX	AG	GV	VD	AV	GV	VV	DA	GV	DA	GV	DG	GD
A	V	I	D	A	E	T	A	O	R	A	R	A	0	1

Utilize o Quadrado da Cifra ADGVX para descobrir a mensagem secreta da Aurora.

A	D	F	G	V	X	
X	K	Z	D	T	P	
D	R	9	0	M	F	3
F	B	6	G	8	4	J
G	N	1	W	H	A	U
V	5	E	S	Y	O	Q
X	L	V	C	2	7	I

Frase decodificada: "A vida é tão rara".

Figura 7: Resolução da atividade da Cifra ADFGVX pelo estudante A5 (Kranz, 2021, p. 108)

Destaca-se que foram criadas atividades de decodificação distinta para cada grupo ou estudante, permitindo que cada um trabalhasse de acordo com sua preferência.

Conforme discutido em Olgin (2015), a criptografia pode servir como um recurso para contextualizar conteúdos matemáticos, como matrizes, possibilitando a elaboração de atividades que integram operações matriciais a cifras e códigos. Nesse sentido, as atividades desenvolvidas com base na Cifra MKO combinaram o estudo de matrizes com a criptografia, utilizando as planilhas eletrônicas do Excel para a realização das operações matriciais.

Para o desenvolvimento da atividade de multiplicação de matrizes com a Cifra MKO, o estudante A4 (Figura 8) realizou corretamente os cálculos de matriz inversa e multiplicação entre matrizes, utilizando os comandos da planilha eletrônica.

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:
**| 5 | 30 | 15 | 5 | 16 | 51 | 17 | 13 | 10 | 31 | 11 | -5 |
| -30 | -14 | -5 | -13 | -72 | -17 | -17 | -4 | -40 | -13 |**

A matriz-chave para essa mensagem é:
$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em coluna. Para decodificar essa mensagem, você deverá multiplicar a matriz mensagem pela inversa da matriz-chave.

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

ENCONTRE A MATRIZ INVERSA
Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula Q6
`=MATRIZ.INVERSO(H11:I12)`
`MATRIZ.INVERSO(matriz)`

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM
Comece a matriz mensagem pela célula M11

5	-5
30	-30
15	-14
5	-5
16	-13
51	-72
17	-17
13	-17
10	-4
31	-40
11	-13

REVELE A MATRIZ ORIGINAL
Comece a matriz original pela célula Y6
`=MATRIZ.MULT(M11:N21,Q6:R7)`
`MATRIZ.MULT(matriz1; matriz2)`

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM
Comece a matriz mensagem pela célula M11

5	-5
30	-30
15	-14
5	-5
16	-13
51	-72
17	-17
13	-17
10	-4
31	-40
11	-13

QUAL É A MENSAGEM?
Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

A MATEMÁTICA NÃO MENTE

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	C	*
24	27	26	29	28	31	30

Figura 8: Resolução da atividade 2, da Cifra MKO, pelo estudante A4 (Kranz, 2021, p. 120)

A atividade com a Cifra MKO do estudante A6 (Figura 9) envolvia a operação de subtração de matrizes. Observa-se que A6 determinou a transposta da matriz-chave e a diferença entre as matrizes com os comandos da planilha eletrônica.

CIFRA MKO

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

| 25 | 16 | 21 | 16 | 37 | 16 | 13 | 15 | 15 | 31 |

A matriz-chave para essa mensagem é:

2	7
9	11
7	8
4	1
2	3

A matriz-mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em coluna. Para decodificar essa mensagem, você deverá subtrair da matriz-mensagem a transposta da matriz-chave.

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

ENCONTRE A MATRIZ TRANPOSTA

Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula P7

=TRANSPOR(H9:I13)

4	2
8	1
3	

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM

Comece a matriz mensagem pela célula P16

25 21 37 13 15
16 16 16 15 31

ENCONTRE A MATRIZ TRANPOSTA

Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula P7

2	9	7	4	2
7	11	8	1	3

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM

Comece a matriz mensagem pela célula P16

25	21	37	13	15
16	16	16	15	31

REVELE A MATRIZ ORIGINAL

Comece a matriz original pela célula Y7

=O16\$17-O7:\$8 30 9 13
9 5 8 14 28

QUAL É A MENSAGEM?

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

SEJA FELIZ

ALFABETO

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	Ç	*
24	27	26	29	28	31	30

CODIFICADOR/DECODIFICADOR

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	Ç	*
24	27	26	29	28	31	30

Figura 9: Resolução da atividade 1, da Cifra MKO, pela estudante A6 (Kranz, 2021, p. 122)

Observou-se que as atividades da Cifra MKO permitiram que os estudantes manipulassem os comandos do *software* Excel para explorar conceitos e operações com matrizes (Flores, 2021, Kranz, 2021), bem como a (re)organização dos dados ao trabalhar com as matrizes.

Os participantes relataram no questionário enviado no Moodle ou no *WhatsApp* que tanto as atividades com cifras históricas quanto a Cifra MKO e o tema da criptografia contribuíram para a compreensão do conteúdo de matrizes, corroborando a proposta de contextualização matemática com base em temas (Brasil, 2006, 2018, 2019; Olgin, 2015; Rodrigues e Sá, 2019).

Ainda, o Estudante A1 destacou a utilidade das planilhas eletrônicas: “*Elas nos trazem uma forma mais fácil de resolver algumas das situações em que precisamos multiplicar ou somar matrizes, por exemplo*”. Isso evidencia o papel das tecnologias digitais como facilitadoras do aprendizado, permitindo que os estudantes construam conhecimento e resolvam

problemas acadêmicos ou sociais (Brasil, 2018).

Além disso, o Estudante A6 afirmou que o uso do Excel ajudou a entender melhor o conteúdo de matrizes, ao perceber que essas podem ser representadas por tabelas e as operações realizadas de forma mais simples no *software*. Dessa forma, o tema criptografia, associado à segurança e privacidade de informações digitais, e o uso das planilhas eletrônicas proporcionaram uma ligação prática com o conteúdo matemático (Olgin, 2015; Rodrigues e Sá, 2019).

Portanto, considera-se importante integrar recursos tecnológicos e temas nas atividades em sala de aula, buscando uma contextualização do ensino da matemática no Ensino Médio (Olgin, 2015; Brasil, 2018). Assim, tem-se que as atividades da sequência didática representam propostas didáticas para o trabalho com o conteúdo de matrizes por meio da temática criptografia aliado à utilização do *software* Excel.

8 Considerações finais

A pesquisa realizada vai ao encontro dos estudos em Educação Matemática que destacam a importância de uma abordagem contextualizada para o ensino dos conteúdos matemáticos. Entende-se que desenvolver os conteúdos por meio de temáticas pode facilitar a compreensão dos estudantes, aproximando-os de questões relevantes do mundo real e contribuindo para sua formação cidadã.

Os resultados da aplicação da sequência indicam que a abordagem histórica, integrada à história em quadrinhos *Aurora e a Criptografia* e às atividades envolvendo cifras históricas e operações com matrizes, juntamente com o uso de tecnologias digitais, proporcionou um ensino reflexivo e significativo. A contextualização do conteúdo de matrizes com o uso de planilhas eletrônicas oportunizou tanto o entendimento do conteúdo quanto para colocar os estudantes em contato com as tecnologias digitais e suas potencialidades.

Portanto, a investigação propôs um conjunto de atividades que possibilitou aos estudantes trabalhar o conteúdo de matrizes por meio do tema criptografia. Isso os incentivou a se tornarem participantes ativos na resolução das propostas, utilizando o Excel para repensar suas estratégias e estabelecer conexões entre o tema e os conceitos matemáticos.

Contudo, a baixa adesão de participantes devido ao contexto remoto foi uma limitação da pesquisa, uma vez que os estudantes tiveram pouca interação entre si e com a pesquisadora. Nos momentos assíncronos, cada estudante realizou individualmente as atividades planejadas, o que resultou em uma menor troca de ideias, dificultando o esclarecimento de dúvidas e a construção coletiva do conhecimento. Assim, para futuras aplicações desta pesquisa, deve-se considerar um número maior de participantes e um contexto presencial, a fim de realizar comparações com os resultados obtidos nesta investigação.

Ressalta-se que, ao propor uma sequência didática que explora o trabalho com temáticas e os conceitos matemáticos, é essencial empregar estratégias diversificadas que ajudem a mostrar a aplicabilidade prática da matemática no cotidiano dos estudantes. Além disso, o planejamento cuidadoso das atividades e a seleção de metodologias e recursos adequados são cruciais para alcançar os objetivos didáticos. Ainda, investigar temáticas relacionadas aos conteúdos matemáticos também se faz necessário, com a intenção de promover um ensino contextualizado com a realidade dos estudantes.

Nesse sentido, a integração de diferentes assuntos permite que os estudantes percebam a aplicabilidade da matemática em diferentes aspectos do cotidiano. Além disso, essa abordagem favorece o desenvolvimento do pensamento crítico, da tomada de decisões fundamentadas e da interdisciplinaridade, promovendo no Currículo de Matemática a

articulação dos conceitos matemáticos com questões do mundo real, o que oportuniza um ensino dinâmico, inclusivo e capaz de preparar os estudantes para os desafios da vida na sociedade.

Conflitos de Interesse

A autoria declara não haver conflitos de interesse que possam influenciar os resultados da pesquisa apresentada no artigo.

Declaração de Disponibilidade dos Dados

Os dados produzidos e analisados no artigo serão disponibilizados mediante solicitação à autoria.

Nota

A revisão textual (correções gramatical, sintática e ortográfica) deste artigo foi custeada com verba da *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais* (Fapemig), pelo auxílio concedido no contexto da Chamada 8/2023.

Referências

AZCÁRATE, Pilar Godeg. *¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual?* *Investigación en la Escuela*, n. 32, p. 77-85, 1997. <https://doi.org/10.12795/IE.1997.i32.08>

BEANE, James Aires. [Integração curricular: a essência de uma escola democrática](#). *Curriculo sem Fronteiras*, v. 3, n. 2. p. 91- 110, jul./ dez. 2003.

BENNATI, Kléber Aderaldo; BENATTI, Natalha Cristina da Cruz Machado. *Teoria dos Números*. Curitiba: InterSaberes, 2019.

BOGDAN, Robert Charles; BIKLEN, Sara Knopp. *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução de Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos; Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. Brasília: MEC/SEB, 2019.

CARNEIRO, Framilson José Ferreira. *Criptografia e a Teoria dos Números*. São Paulo: Ciência Moderna, 2015.

CASTRO, Anna Luísa. A formação de professores de Matemática para uso das tecnologias digitais e o currículo da era digital. In: *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo, 2016, p. 1-12.

COLL, César. *Psicologia e currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar*. Tradução de Cláudia Schilling. São Paulo: Ática, 1999.

CONCEIÇÃO, Marcos Roberto Fonseca. Transformações no plano e morfismo: aplicações de matrizes com o uso do Excel. In: *Anais do VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática*. Canoas, 2013, p. 1-15.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação para uma sociedade em transição*. 2. ed. Natal: UFRN, 2011.

DELLINGHAUSEN, Fernanda; GALLE, Vanessa Mesquita; OLGIN, Clarissa de Assis. Utilização de planilha eletrônica no processo de ensino e aprendizagem de matrizes e sistemas. In: *Anais do VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática*. Canoas, 2017, p. 1-9.

FLORES, Jerônimo Becker. Mapeamento de pesquisas sobre o ensino de Matemática com planilhas eletrônicas no Ensino Fundamental e Médio. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, v. 6, n. 1, p. 49-65, 2021. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i1.14108>

KRANZ, Bárbara Elisa. *Caminhos para o currículo de Matemática do Ensino Médio: contextualizando o conteúdo de matrizes com o tema criptografia*. 2021. 115f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil. Canoas.

MORAIS, Anuar Daian; FAGUNDES, Léa da Cruz. A inclusão digital da escola ou a inclusão da escola na cultura digital? *Diálogo*, n. 19, p. 97-113, 2011. <https://doi.org/10.18316/188>

OLGIN, Clarissa de Assis. *Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no currículo de Matemática do Ensino Médio*. 2015. 265f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil. Canoas.

PANNUTI, Maria Regina Viana. *Caminhos da prática pedagógica*. Rio de Janeiro: TVE Brasil, jun. 2004, p. 1-5.

RODRIGUES, Lalesca Paula de Oliveira; SÁ, Lauro Chagas. Matrizes e criptografia: contribuições de uma atividade sobre o WhatsApp no Ensino Médio. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 10, n. 6, p. 255-273, out./dez. 2019. <https://doi.org/10.26843/renicina.v10i6.2240>

SACRISTÁN, José Gimeno. *O currículo*: uma reflexão sobre a prática. Tradução de Ernani Ferreira da Fonseca Rosa 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

SINGH, Simon. *O livro dos códigos: a ciência do sigilo — do Antigo Egito à Criptografia Quântica*. Tradução de Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

URGELLÉS, Joan Gómez. *Matemática y códigos secretos*. Barcelona: Editorial RBA Libros, 2018.

VALENTE, José Armando. Tecnologias digitais de informação e comunicação e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes. In: *Anais do I Seminário de Informática na Educação*. Sinop, 2013, p. 1-16.