10.46551/emd.v9n16a13 2526-6136

Resolução de um problema de medidas de tendência central: análise das estratégias e dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio

Resumo: O objetivo da pesquisa foi identificar as estratégias e dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública em um ensino na abordagem da resolução de problemas. Utilizou-se a sequência de ações proposta por Proença (2018) para conduzir a aula: escolha do problema, introdução, auxílio durante a resolução, discussão das estratégias e articulação das estratégias ao conteúdo. As dificuldades foram avaliadas conforme as etapas de resolução descritas por Proença (2018): representação, planejamento, execução e monitoramento. Foram identificadas três estratégias diferentes: diagrama de árvore, conceito matemático e tentativa e erro, sendo a última a mais frequente. As principais dificuldades ocorreram na etapa de planejamento, sendo que apenas dois grupos apresentaram abordagens inadequadas para o contexto do problema.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Estatística. Medida de Tendência Central.

Amanda Cristina de Sousa
Universidade Estadual de Maringá
Sarandi, PR — Brasil
0000-0001-7668-4996
amanda.sa.pr@gmail.com

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual Maringá
Maringá, PR — Brasil
0000-0002-6496-4912
mcproenca@uem.br

Recebido • 04/09/2024
Aceito • 12/02/2025
Publicado • 23/03/2025

Artigo

Analysis of problem solving of measures of central tendency of 1st year High School students

Abstract: The objective of the research was to identify the strategies and difficulties of first-year high school students at a public school in teaching using the Problem-Solving approach. We used the sequence of actions proposed by Proença (2018) to conduct the class: choosing the problem, introduction, aid during resolution, discussion of strategies and articulation of strategies to content. Difficulties were assessed according to the resolution stages described by Proença (2018): representation, planning, execution and monitoring. We identified three different strategies: tree diagram, mathematical concept and guess and error, the latter being the most frequent. The main difficulties occurred in the planning stage, with only two groups presenting inappropriate approaches for the context of the problem.

Keywords: Problem Solving. Statistics. Measure of Central Tendency.

Resolución de un problema de medidas de tendencia central: análisis de estrategias y dificultades de estudiantes de 1er año de Secundaria

Resumen: El objetivo de la investigación fue identificar las estrategias y dificultades de los alumnos de primer año de secundaria de una escuela pública en la enseñanza con el enfoque de Resolución de Problemas. Se utilizó la secuencia de acciones propuesta por Proença (2018): elección del problema, introducción, asistencia durante la resolución, discusión de estrategias y articulación de estrategias al contenido. Las dificultades se evaluaron según las etapas de resolución descritas por Proença (2018): representación, planificación, ejecución y seguimiento. Se identificaron tres estrategias diferentes: diagrama de árbol, concepto matemático y ensayo y error, siendo esta última la más frecuente. Las principales dificultades se presentaron en la etapa de planificación, pues solo dos grupos presentaron enfoques inadecuados para el contexto del problema.

***Palabras clave*:** Resolución de Problemas. Estadísticas. Medida de Tendencia Central.

1 Introdução

A resolução de problemas, uma abordagem de ensino, é essencial para ir além do simples emprego de fórmulas e algoritmos. Essa abordagem é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático e da capacidade analítica. No contexto acadêmico, essa competência se torna ainda mais significativa, pois está intimamente ligada ao processo de ensino e de aprendizagem, além de contribuir para a formação de indivíduos aptos a enfrentar desafios complexos.

O documento histórico Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) defendia, desde o final do século passado, que iniciar a atividade matemática a partir da resolução de problemas é fundamental (Brasil, 1998). A Base Nacional Comum Curricular — BNCC (Brasil, 2017), documento vigente que guia a estrutura curricular na Educação Básica, também destaca a resolução de problemas como uma das formas principais da atividade matemática no Ensino Fundamental, primordial para o letramento matemático. No entanto, não foi encontrada uma indicação de como proceder à abordagem do uso do problema em relação ao ensino de determinado conteúdo matemático.

Giordano, Araújo e Coutinho (2019) analisaram a Educação Estatística no Brasil após a BNCC, destacando os avanços dessa que incluem Probabilidade e Estatística em todos os bimestres, da Educação Infantil ao Ensino Médio, e sua função na redistribuição equitativa dos conteúdos. Não obstante, apontaram a falta de profundidade em temas como combinatória, evidenciada pela habilidade EM13MAT310, como um exemplo da superficialidade da BNCC.

Righi e Paula (2021) realizaram uma análise do ensino de Estatística na Educação Básica no contexto brasileiro, examinando as mudanças introduzidas pelos PCN e pela BNCC. A crítica central recai sobre a falta de definições claras para conceitos essenciais, como pensamento estatístico, na BNCC. Os autores ressaltaram a importância de uma abordagem mais aprofundada sobre esses conceitos nos documentos oficiais, destacando a necessidade de uma preparação mais cuidadosa dos professores para lidar com os conteúdos estatísticos na Educação Básica.

Diante disso, um conteúdo estatístico a ser trabalhado é o de medidas de tendência central. Sobre esse conteúdo, Severo (2018), ao basear sua pesquisa na Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky, enfatizou a importância das interações sociais e do contexto na construção do conhecimento estatístico. Esse aspecto reforça a necessidade de uma abordagem de ensino que transcenda a memorização mecânica, permitindo que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda dos conceitos estatísticos, o que é possibilitado por um ensino baseado na resolução de problemas.

A pesquisa sobre o ensino de Estatística por meio da resolução de problemas também revelou uma carência de estudos aprofundados no tema. Ao investigar o conteúdo de medidas de tendência central e o ensino por meio da resolução de problemas, identificaram-se apenas dois estudos.

O primeiro estudo, realizado por Vargas (2013), examinou as contribuições da Metodologia da Resolução de Problemas no ensino de Estatística para alunos do nono ano do Ensino Fundamental, que parte da constatação de que a Estatística frequentemente é relegada a segundo plano em sala de aula, apesar de suas recomendações nos PCN, o documento vigente na época. O segundo estudo, conduzido por Binotto (2019), propôs uma abordagem para o ensino de Estatística no terceiro ano do Ensino Médio, empregando a metodologia de resolução de problemas. O objetivo foi identificar as contribuições dessa metodologia para a compreensão dos conceitos estatísticos pelos alunos.

Ainda que não fosse o foco da sua pesquisa, Vargas (2013) evidenciou algumas dificuldades que seus alunos apresentaram durante o ensino por meio da abordagem da resolução de problemas, como dificuldades de interpretação do enunciado da situação-problema, lidar com dados estatísticos, construir gráficos por meio de tabelas e elaborar conclusões. De forma similar, Binotto (2019) mencionou a dificuldade dos alunos em optarem por uma estratégia adequada para a situação-problema.

A despeito da escassez de trabalhos que envolvam estatística e a abordagem de ensino por meio da resolução de problemas, há um crescente número de estudos que demonstram a contribuição significativa da resolução de problemas para o ensino de matemática. Alguns trabalhos evidenciam as contribuições da abordagem de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), como as teses de doutorado de Luz (2023) e Travassos (2023). O estudo de Luz (2023) se concentra na aprendizagem de sistemas lineares (SL) no 2º ano do Ensino Médio. Adotando a proposta apresentada em Proença (2021), que organiza o ensino em quatro etapas — uso do problema como ponto de partida, formação do conceito, definição do conteúdo e aplicação em novos problemas —, o estudo visou responder à questão central sobre as contribuições dessa abordagem na aprendizagem dos alunos. A pesquisa de Luz (2023) trouxe contribuições significativas para o ensino de SL, ressaltando avanços no pensamento algébrico e a eficácia da RP em sala de aula. O autor também relatou dificuldades causadas pela falta de conhecimentos linguísticos e estratégicos entre os alunos.

Travassos (2023) teve como objetivo analisar a aprendizagem conceitual e procedimental de inequações polinomiais de 1º grau, utilizando uma sequência didática baseada na abordagem de resolução de problemas. Os resultados indicaram um reconhecimento consistente do conceito de inequação pelos alunos, demonstrando uma aprendizagem sólida e duradoura. A análise detalhada revelou avanços na mudança de representações, resolução algébrica de inequações e formação do conceito ao longo da sequência didática. No entanto, foram identificadas algumas dificuldades, especialmente em operações com variáveis negativas e na conversão de certos termos.

Diante dessas considerações, este trabalho se concentra em aplicar uma sequência de ensino baseada na abordagem de resolução de problemas para analisar as estratégias e dificuldades enfrentadas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública. Este estudo faz parte da pesquisa de mestrado da primeira autora e utiliza a sequência de ações proposta em Proença (2018), que inclui: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. O objetivo é identificar as principais dificuldades e estratégias utilizadas por eles durante o processo de resolução de um problema de medidas de tendência central.

Com base nisso, estruturamos o artigo em cinco seções. A primeira seção é dedicada à introdução, seguida pela discussão sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Nas seções terceira, quarta e quinta, respectivamente, apresentam-se os procedimentos metodológicos, a análise dos dados e as considerações finais, em que são destacados os resultados obtidos neste estudo.

2 Resolução de problemas e o EAMvRP

Em Onuchic (1999) e em Proença (2018), discute-se que a resolução de problemas pode ser tratada em sala de aula para enriquecer o ensino e a aprendizagem de Matemática, promovendo a construção ativa de conceitos matemáticos pelos alunos. Essa abordagem é destacada em diversos documentos e pesquisas educacionais, como o Referencial Curricular do Paraná (Paraná, 2018) e a BNCC (Brasil, 2018), que visam proporcionar uma aprendizagem mais eficaz aos alunos.

Echeverría (1998) observou que, historicamente, a matemática era vista como *solucionar problemas*, uma visão presente em diversas tendências pedagógicas e concepções sobre a matemática. A partir dos anos 80, o objetivo do ensino de matemática passou a ser claramente a formação de especialistas em resolver problemas matemáticos.

Com o tempo, diversos pesquisadores desenvolveram estratégias de ensino baseadas na resolução de problemas, não apenas para ensinar procedimentos matemáticos, mas também para estimular o pensamento crítico, a criatividade e a aplicação prática dos conceitos. Os estudos publicados em Proença (2018) e em Onuchic e Allevato (2011) contribuíram com propostas de ensino que utilizam a resolução de problemas como método central.

Ao trabalhar com a resolução de problemas, é fundamental compreender o que realmente caracteriza um problema. Sendo assim, Pozo e Angón (1998) argumentam que a distinção entre exercícios e problemas pode depender do conhecimento prévio e da abordagem do aluno. A percepção de uma atividade como um problema está ligada à disposição do aluno em reconhecer uma distância entre o que já sabe e o que precisa descobrir, além da motivação para enfrentar esse desafio.

Em Proença (2018), ressalta-se que uma situação matemática se torna um problema quando o indivíduo precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos adquiridos anteriormente para encontrar uma resposta. Assim, um problema exige mais do que o uso direto de fórmulas ou regras conhecidas; ele demanda a aplicação de estratégias e a superação de desafios.

Echeverría (1998) enfatiza que, para que um problema matemático seja realmente desafiador, é necessário que o aluno enfrente dificuldades e questione o caminho a seguir para alcançar a solução. Uma situação matemática se torna um problema quando exige uma mobilização ativa de conhecimentos e estratégias, promovendo uma aprendizagem mais profunda e significativa (Proença, 2018).

Embora os livros didáticos apresentem diversas situações matemáticas, poucas delas são realmente enquadradas como problemas, no sentido de exigirem a mobilização de conhecimentos prévios e estratégias diversas para sua resolução (Lazarini, Mendes e Proença, 2024). Isso evidencia a necessidade de reformulação das atividades para torná-las mais desafiadoras e próximas da realidade dos alunos, o que corrobora a abordagem adotada nesta pesquisa.

Para entender a resolução de um problema, é fundamental reconhecer que ela envolve várias etapas. O processo de resolução de problemas é composto por quatro etapas principais: representação, planejamento, execução e monitoramento (Proença, 2018).

Na etapa de representação, que se refere à compreensão inicial do problema, o aluno constrói uma representação mental com base em seus conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos. O conhecimento linguístico é essencial para interpretar corretamente o enunciado do problema, compreendendo a língua materna do aluno. O conhecimento semântico envolve o entendimento dos termos matemáticos específicos no contexto do problema, permitindo a aplicação adequada dos conceitos. O conhecimento esquemático refere-se à capacidade de reconhecer a essência do problema com base nos conceitos matemáticos previamente aprendidos, o que auxilia na formulação de uma solução apropriada. A integração desses conhecimentos possibilita ao aluno criar uma representação mental precisa do problema, facilitando o planejamento e a execução de uma solução adequada.

No planejamento, enfatiza-se a importância do uso do conhecimento estratégico para elaborar uma solução (Proença, 2018). Esse planejamento envolve a tradução da linguagem natural para a linguagem matemática, com base nas habilidades do aluno e suas preferências individuais, moldadas pelo seu “tipo de mente Matemática” (Proença, 2018, p. 28).

Durante a resolução, a ênfase está no emprego da estratégia desenvolvida anteriormente, evidenciando o domínio do conhecimento procedimental (Proença, 2018). Por fim, no monitoramento, o aluno precisa verificar se a resposta está de acordo com a pergunta do problema, avaliando a coerência e a racionalidade da solução. Esse processo de avaliação pode começar no início da resolução, caso o aluno perceba um erro (Proença, 2018).

Em relação à proposta de ensino para esta pesquisa, adotou-se a abordagem de EAMvRP proposta em Proença (2018), baseada em cinco ações principais para a condução do ensino. Essas ações precedem o estudo do conteúdo a ser ensinado e incluem escolha do problema, introdução do problema, auxílio durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias ao conteúdo.

Na *escolha do problema,* são destacados três aspectos fundamentais em Proença (2018). O primeiro é selecionar uma situação matemática que incentive o aluno a utilizar seus conhecimentos prévios sobre conceitos, princípios e procedimentos matemáticos. O segundo aspecto é escolher um problema que permita aos alunos observar padrões e chegar a generalizações, possibilitando a construção de conhecimento. O terceiro aspecto decorre dos dois anteriores e implica a necessidade de relacionar os conhecimentos prévios dos alunos com o novo conhecimento a ser adquirido. O problema deve admitir múltiplas soluções e estratégias, para que os alunos percebam que a resposta correta pode não ser única e que diferentes soluções podem ser analisadas e discutidas (Proença, 2018). O professor deve, portanto, antecipar essas possíveis soluções para orientar adequadamente os alunos.

A escolha cuidadosa do problema é essencial para a eficácia da abordagem de resolução de problemas. Sem uma situação bem elaborada, o processo subsequente de ensino pode ser comprometido, afetando a aprendizagem significativa da Matemática e a realização dos objetivos pedagógicos (Proença, 2018). Além disso, prever as estratégias dos alunos é igualmente importante. Segundo Travassos (2023), a antecipação de possíveis estratégias ajuda o professor a se preparar para diferentes situações e a direcionar os alunos de forma mais eficaz.

Na *introdução do problema,* é recomendada a organização dos alunos em grupos, o que facilita o apoio do professor durante a discussão e análise das estratégias (Proença, 2018). A formação de grupos também permite que os alunos compartilhem conhecimentos e debatam ideias. Após a formação dos grupos, o professor apresenta a situação matemática, que pode se transformar em um problema conforme os alunos tentam resolvê-la, usando seus conhecimentos prévios.

A terceira ação envolve o *auxílio aos alunos durante a resolução.* Em Proença (2018), é descrito o papel do professor como observador, incentivador e direcionador, apoiando os alunos para desenvolver autonomia na resolução. Os alunos podem enfrentar dificuldades, como a presença de termos desconhecidos, que podem levar a erros. O professor deve estar atento a essas dificuldades e orientar os alunos adequadamente. Se esses não conseguirem avançar mesmo com o auxílio, o professor pode redirecioná-los para uma das estratégias previstas inicialmente.

Após os alunos desenvolverem e empregarem suas estratégias, o professor precisa conduzir a aula para a quarta ação, a *discussão das estratégias dos alunos*. É sugerido que o professor convide os grupos a apresentar suas soluções na lousa, permitindo a análise dos conhecimentos utilizados e a conexão entre eles. A discussão das dificuldades e esclarecimento de equívocos são essenciais para que os alunos compreendam a racionalidade das respostas encontradas (Proença, 2018).

Finalmente, na *articulação das estratégias dos alunos com o conteúdo*, o objetivo é ajudar os alunos a identificar os pontos centrais de suas estratégias e integrá-los ao novo conteúdo (Proença, 2018). O professor deve concentrar-se em ajudar os alunos a perceber a relação entre suas abordagens anteriores e o material novo.

3 Procedimentos metodológicos

Como a pesquisa busca analisar as estratégias e dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública ao resolver uma situação-problema envolvendo medidas de tendência central baseada no ensino via resolução de problemas, é preciso que ela seja de natureza qualitativa. Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa envolve a coleta de dados descritivos e não numéricos, por meio de técnicas como entrevistas, observações e análise de documentos.

Godoy (1995) também destacou que um fenômeno observado por meio da pesquisa qualitativa pode ser melhor compreendido quando o pesquisador se envolve diretamente no campo, buscando captar o fenômeno pela perspectiva das pessoas envolvidas (Godoy, 1995). Dessa forma, esta pesquisa adota um enfoque de *pesquisa de campo*.

Segundo Gil (2002), para conduzir esse tipo de pesquisa, o pesquisador realiza observações diretas das atividades do grupo estudado e entrevistas com informantes para entender suas explicações e interpretações dos eventos no grupo. Os participantes desta pesquisa são alunos do 1° ano do Ensino Médio de um colégio estadual localizado no norte do Paraná, pertencente ao Núcleo Regional de Maringá (NRE). A sala de aula escolhida possuía 33 alunos devidamente matriculados e que frequentavam as aulas regularmente, dos quais 30 participaram da pesquisa.

A proposta de ensino desenvolvida consistiu em uma sequência didática fundamentada nas cinco ações do EAMvRP, apresentadas em Proença (2018). Essa abordagem foi utilizada para implementar o conteúdo de medidas de tendência central, que será detalhado a seguir.

Escolha do Problema: os problemas selecionados para um ensino via resolução de problemas, de acordo com o que é apresentado em Proença (2018), devem direcionar os alunos a mobilizarem seus conhecimentos prévios e a construírem novos saberes sobre o assunto/conteúdo trabalhado. Dessa forma, a situação-problema proposta para esse encaminhamento foi exposta no Quadro 1.

Quadro 1: Escolha do problema

1. A professora de Matemática da escola X mostrou aos alunos alguns dados do boletim da dengue, divulgados pela Secretaria de Estado da Saúde (SESA), sobre a quantidade de casos confirmados da doença no período de 30/07/2023 a 05/09/2023 em oito municípios do noroeste do Paraná, como ilustrado na Tabela 1. Em seguida, solicitou que calculassem um único valor que representasse os dados de todas as cidades.

Tabela 1: Casos confirmados de dengue

Astorga	4
Iguaraçu	1
Itambé	2
Marialva	6
Mandaguari	4
Paiçandu	2
Sarandi	1
Santa Fé	4

Fonte: Coordenadoria de Vigilância Ambiental /SESA

a) O aluno João chegou ao valor 3. Explique que cálculos foram realizados para ele chegar a esse valor.
b) O aluno Pedro pensou de maneira diferente de João e chegou ao valor 4. Como ele deve ter pensado para chegar a esse resultado?
c) A aluna Maria também pensou diferente de seus colegas. Ela organizou os dados em ordem crescente e indicou o valor da posição central. Então, a que valor Maria chegou?

Fonte: Elaboração própria

"A situação de Matemática escolhida deve permitir uma resolução pelos alunos baseada em mais de um caminho, mais de uma estratégia" (Proença 2018, p. 46). Dessa forma, a situação-problema escolhida admite alguns caminhos para se chegar a uma resposta, seja ela certa ou errada. Além disso, o professor deve estar atento às possíveis estratégias que poderão surgir, a fim de formular questionamentos apropriados e, se necessário, corrigi-los de um caminho equivocado. Nos Quadros 2, 3 e 4, apresentam-se algumas dessas estratégias que podem surgir em sala de aula.

Quadro 2: Estratégia prevista 1

Estratégia 1	
Item *a*	O aluno poderá olhar quantas vezes aparece o mesmo número de casos e multiplicar pelo número encontrado, e depois adicionar tudo e dividir pelo número de cidades totais. [(4×3) + (1×2) + (2×2) + (6×1)] ÷ 8 = (12 + 2 + 4 + 6) ÷ 8 = 24 ÷ 8 = 3
Item *b*	Poderão pegar o número total de casos (24) e dividir pelo maior número de casos (6), que resultaria em 4.
Item *c*	Os alunos organizariam os dados em ordem crescente e indicariam dois valores da posição central, assim: 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4, 6

Fonte: Elaboração própria

Quadro 3: Estratégia prevista 2

Estratégia 2	
Item *a*	Utilizando a definição formal matemática de média aritmética: A média aritmética de um conjunto de n valores $x_1 x_2$,...., x_n, é definida como: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 x_2,\ldots,x_n}{n}$ Sendo $\bar{x}$ = a média aritmética; n = o número total de valores no conjunto; x_i = os valores individuais do conjunto Aplicando nos dados fornecidos pelo problema: $\frac{1+1+2+2+4+4+4+6}{8}$ Temos que $\bar{x}$ = 3.
Item *b*	Utilizando a definição formal da moda: Seja x = $\{x_1 x_2, \ldots, x_n\}$ um conjunto de dados. A moda é o valor x_i que maximiza a função de frequência *f*(x), onde *f*(x) é o número de vezes que *x* aparece no conjunto. Empregando nos dados fornecidos pela situação-problema: X= {1,1,2,2,4,4,4,6} Identificação das Frequências: Primeiro, identificamos a frequência de cada valor no conjunto X: *f*(1) = 2 *f*(2) = 2 *f*(4) = 3 *f*(6) = 1 Portanto, a moda do conjunto X é 4.

Item *c*	Utilizando a definição formal mediana: Dado um conjunto de dados x = $\{x_1 x_2, \ldots., x_n\}$ ordenado de forma crescente, a mediana é: $$m = \frac{x_{(n+1)}}{2}\ se\ n\ é\ ímpar$$ $$m = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}\right)+1}}{2}\ se\ n\ é\ par$$ Assim, $$m = \frac{x_{(4)} + x_5}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$ A mediana é igual a 3.

Fonte: Elaboração própria

Quadro 4: Estratégia prevista 3

Estratégia 3	
Item *a*	Os alunos podem adicionar os números de casos totais e dividir pelo número total de cidades: (4 + 1 + 2 + 6 + 4 + 2 + 1 + 4) ÷ 8 = 24 ÷ 8 = 3
Item *b*	Pedro deve ter pensado no valor que se repetiu mais vezes (maior frequência), pois três municípios (Astorga, Mandaguari e Santa Fé) possuem 4 casos confirmados de dengue.
Item *c*	Seguindo o enunciado, Maria organizou os valores em ordem crescente (1, 1, 2, 2, 4, 4, 4, 6), percebeu que na posição central estão os valores 2 e 4 e fez o seguinte cálculo para concluir que a resposta é 3: (2 + 4) ÷ 2 = 6 ÷ 2 = 3.

Fonte: Elaboração própria

Introdução do problema: nesta ação, o aluno tem contato com a situação-problema como ponto de partida para introduzir o novo conteúdo. Após recebê-la, conforme orientado em Proença (2018), os alunos em grupos tentarão resolvê-la, debatendo uns com os outros as suas ideias. O professor deverá prestar auxílio aos alunos, direcionando-os e os incentivando.

Auxílio aos alunos durante a resolução: nesta etapa, o papel do professor é observar o desempenho dos alunos e incentivá-los caso não demonstrem interesse e orientar os que encontram dificuldades ou que possam estar seguindo um caminho equivocado. Dessa forma, busca-se encorajar iniciativas dos alunos por meio de questionamentos apropriados, estimulando-os a explorar diferentes possibilidades no contexto proposto.

Discussão das estratégias dos alunos: nesta etapa, após os alunos resolverem o problema e terem concluído suas ideias, as estratégias serão discutidas na lousa. Como destacado em Proença (2018, p. 52), “o objetivo principal é promover uma socialização da resolução feita por cada grupo, de modo que os alunos possam perceber e construir relações entre os conhecimentos que utilizaram”.

Os grupos devem apresentar suas estratégias de resolução, enquanto o professor esclarece e explica eventuais erros cometidos. Em seguida, as resoluções incorretas serão apagadas da lousa. No Quadro 5 são apresentados alguns dos possíveis erros cometidos pelos alunos e as formas de como corrigi-los.

Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo: nesta ação, as estratégias usadas pelos alunos serão vinculadas ao conteúdo a ser ensinado: medidas de tendência central. Será utilizada uma das estratégias apresentadas na lousa para articular o conteúdo de uma das medidas de tendência central, explicando que, ao adicionar os casos de dengue e dividir esse valor pela quantidade de municípios, obtém-se a média aritmética.

Quadro 5: Possíveis erros cometidos pelos alunos

Possível erro	Correção
No item *a*, os alunos podem efetuar os cálculos incorretamente.	O professor pode solicitar que os alunos efetuem a revisão dos cálculos.
No item *b*, os alunos podem pegar o total de casos (24) e dividir pelo maior número de casos (6).	O professor pode explicar que não é correto pegar o número total de casos e dividir por 6, pois a divisão pelo maior número do conjunto não leva em conta como os outros números estão distribuídos ou como se relacionam entre si, e conduzir os alunos a pensar de maneira diferente.
No item *c*, o aluno pode organizar em ordem crescente e indicar que na posição central estão os valores 2 e 4.	Embora esses valores estejam no centro, é preciso fazer a média, ou seja, somá-los e depois dividir o resultado por 2.

Fonte: Elaboração própria

De forma análoga, para os itens *b* e *c*. No caso do item *b* será explicado que identificar o valor que mais se repete corresponde à moda. E no item *c*, ao organizar os dados em ordem crescente e indicar o valor que ocupa na posição central, é trabalhada a mediana.

Para inserir a linguagem simbólico-formal, após registradas as compreensões dos alunos no questionário, serão apresentadas as definições informais das medidas de tendência central (Quadro 6), a fim de fazer com que os alunos formem seus próprios conceitos sobre o conteúdo.

Quadro 6: Medidas de tendência central

A *média* é a medida de tendência central mais comumente usada e é definida como a soma de todos os valores dos dados dividida pelo número total de valores. É uma medida útil para resumir dados simétricos em torno de uma média comum. A *mediana* é outra medida comum de tendência central. Ela é o valor que divide o conjunto de dados em duas partes iguais, sendo que metade dos valores está acima dela e metade está abaixo. A mediana é útil para resumir conjuntos de dados que não são simétricos e podem conter valores extremos. A *moda* é a medida de tendência central menos utilizada, mas, ainda assim, é uma medida útil em certas situações. Ela representa o valor mais comum em um conjunto de dados, ou seja, o valor que aparece com mais frequência.

Fonte: Elaboração própria

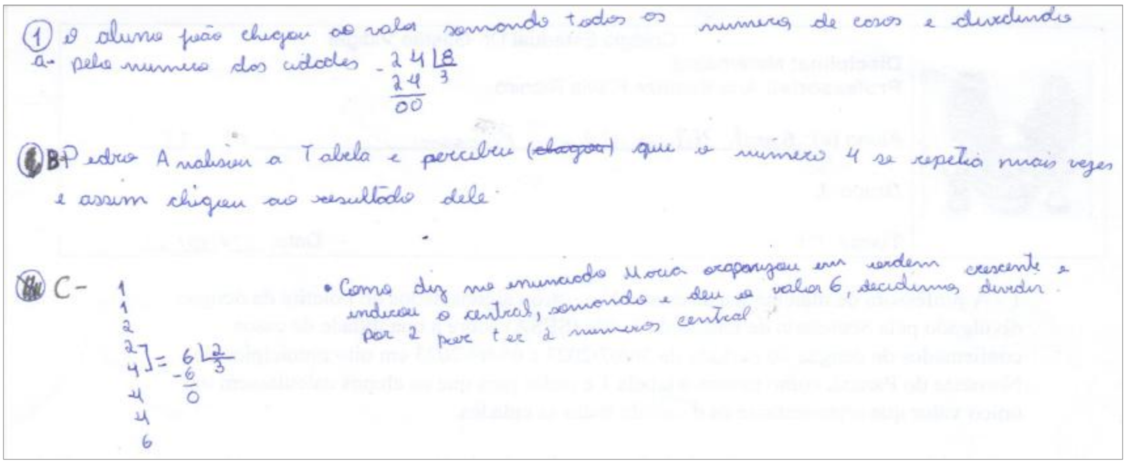
Apesar da descrição da totalidade da proposta didática para o presente estudo, focou-se na coleta de dados em específico para atingir a resposta à questão de pesquisa. Assim, o problema de probabilidade e estatística foi entregue aos alunos em uma folha impressa, com o objetivo de identificar as estratégias de resolução e as dificuldades enfrentadas pelos grupos. Para o registro dos diálogos durante as resoluções dos grupos, seis gravadores de voz foram utilizados. De acordo com Batista e Gomes (2021, p. 255), "a gravação em áudio nos permite capturar as falas, na íntegra, dos sujeitos pesquisados, o que para determinadas pesquisas já é suficiente, visto o referencial escolhido para análise dos dados".

A análise dos dados foi conduzida pela identificação das estratégias e das dificuldades encontradas pelos alunos na resolução do problema apresentado. Para isso, foram utilizadas as etapas propostas em Proença (2018): representação, planejamento, execução e monitoramento. Além disso, as estratégias adotadas pelos alunos foram categorizadas para uma compreensão mais detalhada dos métodos utilizados na resolução do problema.

Educação Matemática Debate
v. 9, n. 16, p. 1-19, 2025

4 Análise e discussão dos dados

Nesta seção, são apresentadas as estratégias entregues pelos alunos após a finalização do auxílio prestado pela professora aos alunos, assim, as diversas abordagens adotadas por cada grupo foram exploradas. O resultado da resolução da situação-problema do *Grupo 1* é ilustrado na Figura 1.


(1) o aluno João chegou ao valor somando todos os numeros de casos e dividindo a- pelo numero das cidades 24 |8 24 3 00

B Pedro Analisou a Tabela e percebeu (~~chegou~~) que o numero 4 se repetia mais vezes e assim chegou ao resultado dele

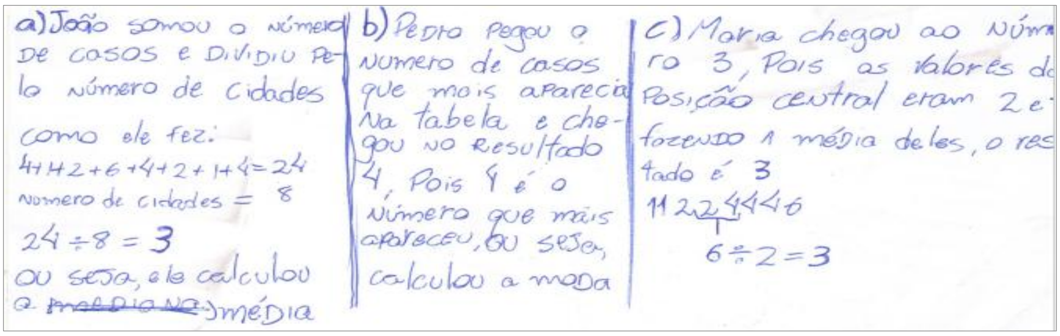
C- 1 1 2 2 4] = 6 |2 -6 3 0 4 4 6

• Como diz no enunciado Maria organizou em ordem crescente e indicou o central, somando e deu o valor 6, decidimos dividir por 2 para ter o numero central

Figura 1: Estratégia utilizada pelo Grupo 1 (Dados da pesquisa)

De acordo com os dados coletados (resolução escrita, notas de campo e áudios), esse grupo realizou a estratégia de tentativa e erro. Após lerem a situação proposta, discutiram entre si como poderiam chegar ao número 3, assim como João do item *a*. Como primeira tentativa, resolveram adicionar o número de casos de todas as cidades e dividir pelo total de cidades apresentadas.

No item *b*, o grupo identificou intuitivamente que o número 4 surgiu como resposta, pois era o valor que mais se repetia no quadro apresentado. Já no item *c*, surgiram dúvidas, visto que não entenderam de imediato o conceito de posição central. Após a orientação da professora, ordenaram os dados que tinham e perceberam que havia dois valores centrais, 2 e 4. No começo, pensaram que ambos deveriam ser considerados. No entanto, foi orientado que, assim como nos outros itens, apenas um valor deveria representar os dados de todas as cidades, como exposto no enunciado. A resolução do *Grupo 2* é apresentada na Figura 2.


a) João somou o número de casos e dividiu pelo número de cidades como ele fez: 4+4+2+6+4+2+1+4=24 Numero de cidades = 8 24÷8=3 ou seja, ele calculou a ~~mediana~~ média

b) Pedro pegou o numero de casos que mais aparecia na tabela e chegou no resultado 4, pois 4 é o número que mais apareceu, ou seja, calculou a moda

c) Maria chegou ao número 3, pois os valores de posição central eram 2 e 4 fazendo a média deles, o resultado é 3 11224446 6÷2=3

Figura 2: Estratégia utilizada pelo Grupo 2 (Dados da pesquisa)

Observa-se que os alunos já haviam identificado que se tratava da média, moda e mediana. Um dos alunos, transferido de outra escola, mencionou que já havia aprendido essas medidas neste ano letivo e explicou os conceitos aos colegas, um a um. Dessa forma, o grupo 2 aplicou a definição de cada um dos conteúdos matemáticos trabalhados na situação-problema como estratégia de resolução. Como conseguiram resolver a atividade com rapidez e facilidade, foi solicitado que não interferissem no trabalho dos outros grupos, permitindo que os demais desenvolvessem seu próprio raciocínio. A resolução do *Grupo 3* é apresentada na Figura 3.

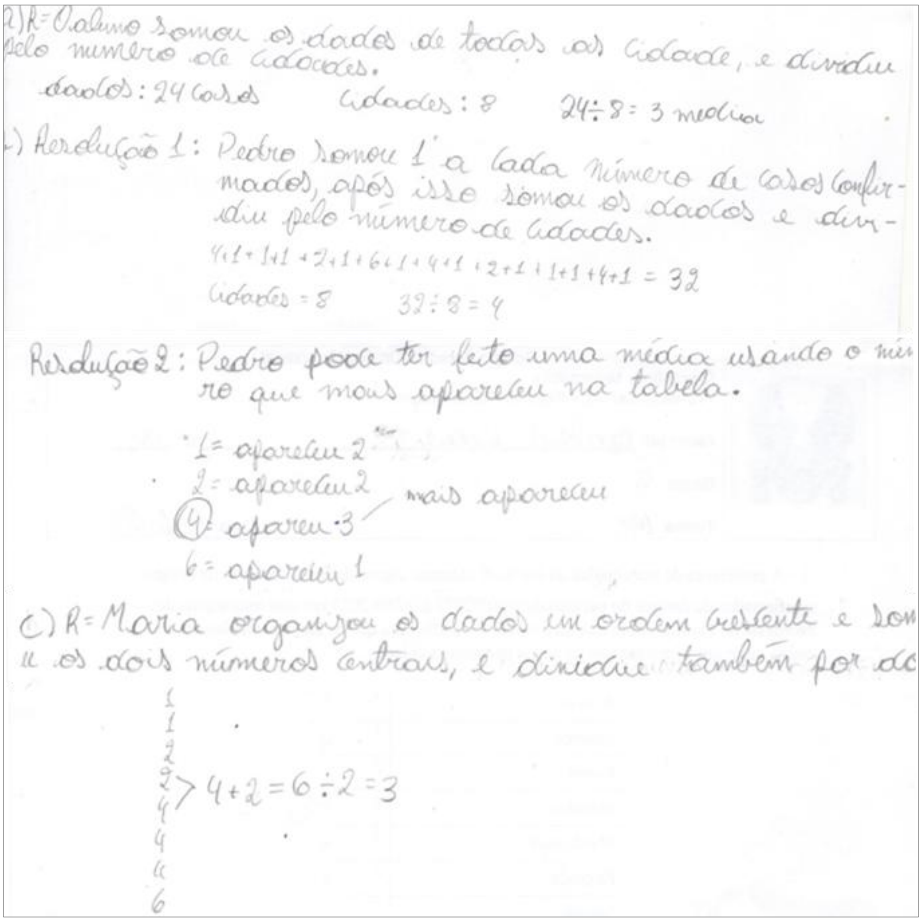

a) R= O aluno somou os dados de todas as cidade, e dividiu pelo número de cidades.
dados: 24 casos   cidades: 8   24÷8= 3 medias
b) Resolução 1: Pedro somou 1 a cada número de casos confirmados, após isso somou os dados e dividiu pelo número de cidades.
4+1+1+1+2+1+6+1+4+1+2+1+1+1+4+1 = 32
cidades = 8   32÷8 = 4
Resolução 2: Pedro pode ter feito uma média usando o número que mais apareceu na tabela.
1= apareceu 2
2= apareceu 2
4 apareceu 3   mais apareceu
6= apareceu 1
c) R= Maria organizou os dados em ordem crescente e somou os dois números centrais, e dividiu também por do
1
1
2
2
4 > 4+2=6÷2=3
4
4
6

Figura 3: Estratégia utilizada pelo Grupo 3 (Dados da pesquisa)

Após os alunos lerem a situação proposta, discutiram entre si como poderiam fazer para chegar ao número 3, como João do item *a*. Como primeira tentativa, resolveram adicionar o número de casos de todas as cidades e dividir pelo número de cidades apresentadas.

No item *b*, acharam intuitivamente que o número 4 surgiu porque era o que mais se repetia no quadro apresentado. Entretanto, essa foi a segunda estratégia utilizada por este grupo nesse item. No primeiro momento, eles haviam adicionado 1 para cada caso de cada cidade e depois adicionam todos, dividiram pelo número de cidades (8), resultando em 4. Com o auxílio, perceberam que não era correto. No item *c*, os alunos tiveram mais dificuldades para conseguir chegar ao esperado. No início, os alunos ficaram novamente confusos com o termo posição central, como referido no tópico anterior, assim, com interferência da professora, chegaram ao resultado apresentado. A resolução do *Grupo 4* é apresentada na Figura 4.

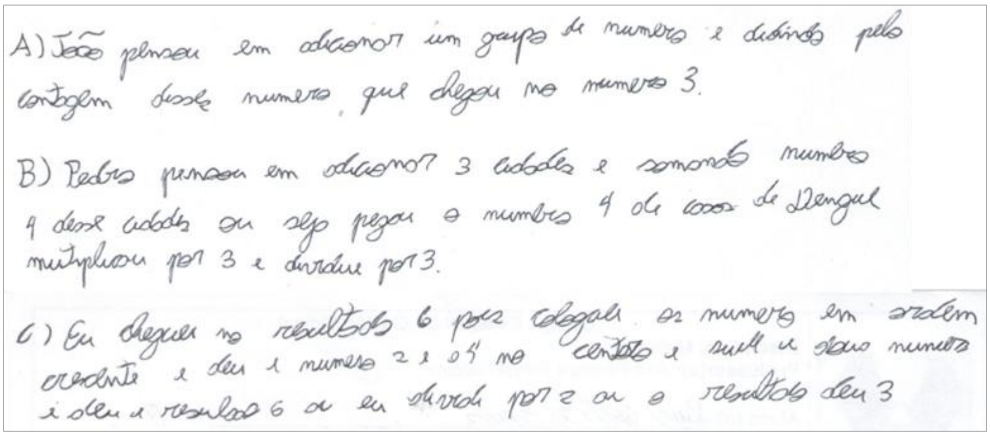
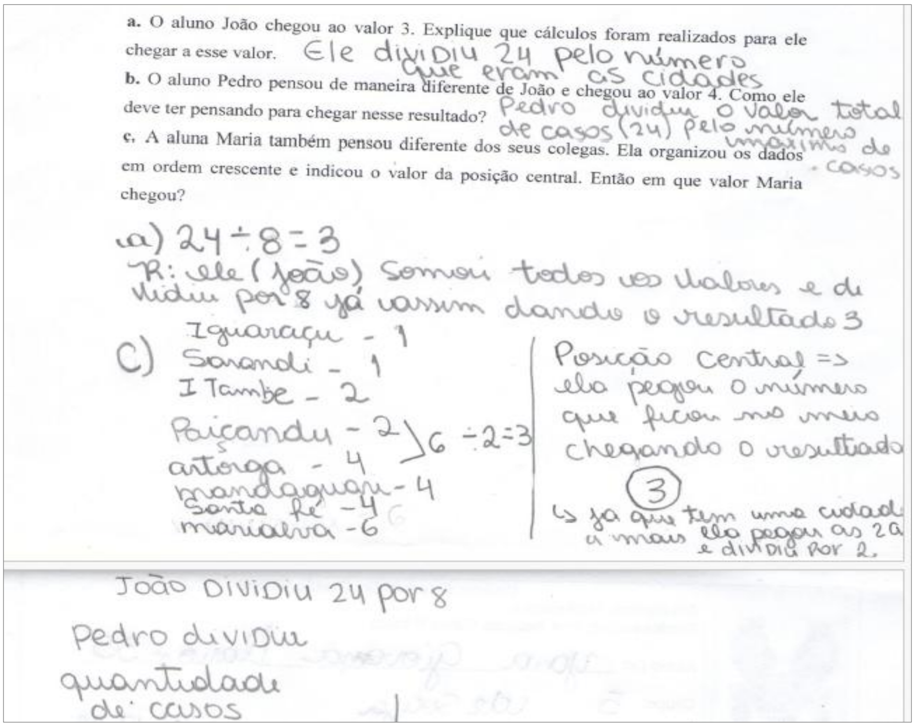

A) João pensou em adicionar um grupo de numeros e dividindo pelo contagem desse numeros, que chegou no numero 3.
B) Pedro pensou em adicionar 3 cidades e somando numbros 4 dessa cidade ou seja pegou o numbro 4 de casos de Dengue multiplicou por 3 e dividiu por 3.
C) Eu cheguei no resultado 6 por colocar os numeros em ordem crescente e deu 1 numero 2 e o 4 no centro e somei os dois numeros e deu o resultado 6 e eu dividi por 2 e o resultado deu 3

Figura 4: Estratégia utilizada pelo Grupo 4 (Dados da pesquisa)

Mesmo tendo respondido a todos os itens, este grupo apresentou maior dificuldade em relação à participação e motivação. Mesmo com diversas intervenções para incentivá-los a se engajar na resolução e chegar ao resultado esperado, os alunos demonstraram dispersão. Um deles manipulou o gravador de voz do grupo, resultando na perda da gravação. Apenas um aluno demonstrava interesse em responder corretamente os itens. Na resolução apresentada, percebe-se a confusão no raciocínio do grupo. Durante a discussão das estratégias com a turma, verificou-se que a ideia exposta diferia daquela inicialmente acompanhada, estando mais próxima do que havia sido elaborado pelo único aluno que demonstrava interesse na atividade.

Embora não tenham alcançado o resultado esperado, foram anotadas as intervenções ao grupo, orientando-os para o caminho correto, mesmo que tenham alterado sua abordagem ao longo do processo. Compreendeu-se apenas a resolução do item *c*, uma vez que, previamente, o grupo foi orientado semelhantemente ao Grupo 3. Observou-se que organizaram os dados em ordem crescente, identificaram os valores centrais (2 e 4) e calcularam a média entre eles. No entanto, os itens *a* e *b* parecem ter sido resolvidos por tentativa e erro, sem que o grupo chegasse ao resultado esperado. A resolução do *Grupo 5* é apresentada na Figura 5.



a. O aluno João chegou ao valor 3. Explique que cálculos foram realizados para ele chegar a esse valor. Ele dividiu 24 pelo número que eram as cidades

b. O aluno Pedro pensou de maneira diferente de João e chegou ao valor 4. Como ele deve ter pensando para chegar nesse resultado? Pedro dividiu o valor total de casos (24) pelo número máximo de casos

c. A aluna Maria também pensou diferente dos seus colegas. Ela organizou os dados em ordem crescente e indicou o valor da posição central. Então em que valor Maria chegou?

a) $24 \div 8 = 3$
R: ele (João) somou todos os valores e dividiu por 8 já assim dando o resultado 3

C) Iguaraçu - 1
Sarandi - 1
I Tambe - 2
Paiçandu - 2
astorga - 4 $\} 6 \div 2 = 3$
mandaguaçu - 4
Santa fé - 4
marialva - 6

Posição central => ela pegou o número que ficou no meio chegando o resultado 3
↳ já que tem uma cidade a mais ela pegou as 2 e dividiu por 2.

João dividiu 24 por 8
Pedro dividiu quantidade de casos

Figura 5: Estratégia utilizada pelo Grupo 5 (Dados da pesquisa)

O Grupo 5 foi bem participativo, mesmo com algumas conversas aleatórias. No item *a*, esse grupo somou o número total de casos das cidades e dividiu pelo número de cidades apresentadas, resultando em 3. No item *b*, apesar de ter chegado ao resultado exato, pensou diferente dos outros grupos. O grupo encontrou primeiro o valor total de casos (24) e depois dividiu pelo maior valor apresentado de casos (6), chegando exatamente a 4.

No item *c*, esse grupo identificou com facilidade que os números centrais eram 2 e 4. Porém, foram orientados de que, assim como os outros itens, apenas um valor deveria representar os dados de todas as cidades, como exposto no enunciado. Inicialmente, adicionam os dois valores, chegando a 6. Assim como ocorreu com o grupo 3, foi explicado que esse resultado poderia não representar adequadamente o número de casos geral, dado que apenas uma cidade registrava esse valor. Após essa orientação, um dos integrantes sugeriu dividir por dois, já que eram dois números centrais, resultando no valor esperado. A resolução do *Grupo 6* é apresentada na Figura 6.

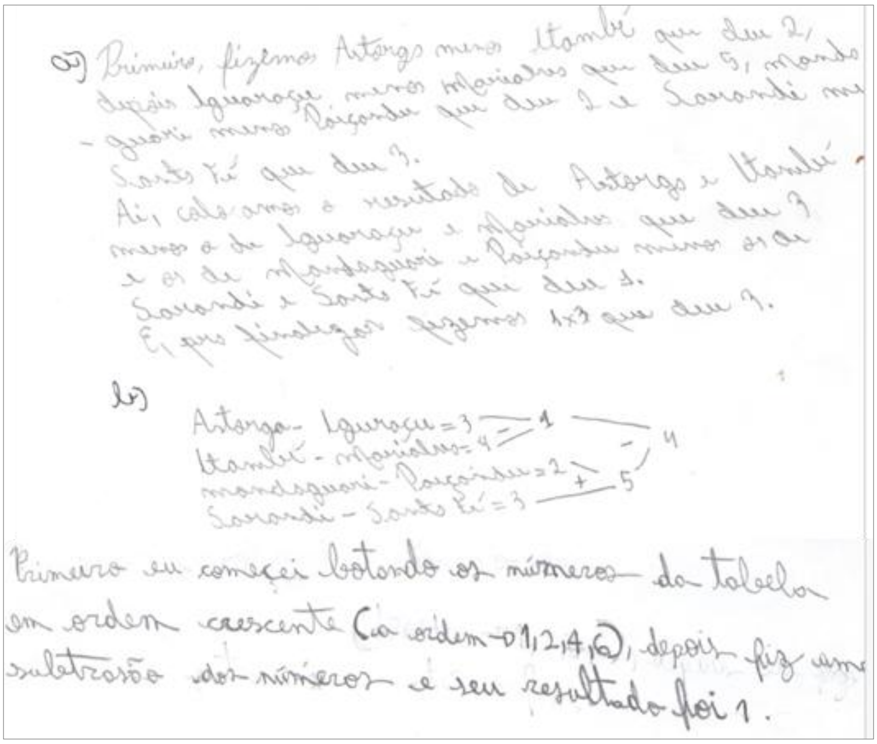


Figura 6: Estratégia utilizada pelo Grupo 6 (Dados da pesquisa)

Conforme a Figura 6, os alunos utilizaram o Diagrama de Árvore. Como referido anteriormente, quando questionados sobre o motivo do uso dessa estratégia, não souberam explicar, ficando evidente a aplicação do método de tentativa e erro. Observou-se que os alunos tentaram estabelecer relações com as informações disponíveis, testaram e chegaram ao resultado esperado, mesmo que sem um raciocínio correto. Essa mesma estratégia e pensamento foram mantidos nos itens *a* e *b*. No item *c*, o grupo organizou os dados em ordem crescente, como informado no enunciado. Contudo, também fizeram a subtração dos números de maneira semelhante aos itens anteriores (2-1-1 e 6-4=2, assim 2-1-1).

Em resumo, a análise das estratégias adotadas pelos grupos revela distintas abordagens na resolução do problema. No Quadro 7, destacamos algumas similaridades e diferenças entre as estratégias utilizadas.

Quadro 7: Síntese das resoluções

Grupo	Estratégia	Compreensão
1	Tentativa e erro	Adicionou os casos de todas as cidades e dividiu pelo número de cidades no item *a*. No item *b*, identificou intuitivamente o número 4. No item *c*, inicialmente confuso, ordenou os dados e percebeu os números centrais, optando por somá-los e, posteriormente, ajustar sua estratégia após orientação.
2	Conceito matemático	Compreendeu rapidamente a natureza da situação, *aplicando conceitos de média, moda e mediana.* Destacou-se pelo conhecimento prévio de um aluno transferido de outra escola.
3	Tentativa e erro	Seguiu a estratégia de *tentativa e erro* semelhante ao Grupo 1. Enfrentou dificuldades no item *c*, mas, após orientações, ordenaram os dados e chegaram à resposta correta.
4	Tentativa e erro	Apesar de não atingir o resultado esperado, alguns membros seguiram estratégias semelhantes aos Grupos 1 e 3, em que, no item *a*, adicionam os

		casos de todas as cidades e dividiram pelo número de cidades. No item *b*, identificaram intuitivamente o número 4.
5	Tentativa e erro	Apesar de não saber que estava utilizando a média e a moda, chegou ao resultado de forma eficaz nos itens *a* e *b*. No item *c*, inicialmente, somou os números centrais, mas ajustou a estratégia após orientação, alcançando a resposta esperada.
6	Diagrama de árvore	Embora sem compreensão clara do método de Diagrama de Árvore, mostrou resistência em alterar a abordagem, após orientações.

Fonte: Elaboração própria

Com base na descrição do auxílio prestado aos grupos, nas resoluções entregues e nas estratégias utilizadas, apresenta-se, a seguir, uma análise das dificuldades enfrentadas pelos alunos. Essa análise fundamenta-se nas quatro etapas do processo de resolução de problemas propostas em Proença (2018): *representação, planejamento, execução* e *monitoramento*.

No Quadro 8, estabelece-se uma relação entre as etapas do processo de resolução de problemas e as respostas apresentadas pelos grupos na quarta ação, especificamente para o item *a* da situação-problema trabalhada.

Quadro 8: Dificuldades no item *a*

Grupo	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	X	X	X
5	—	—	—	—
6	—	X	X	X

Fonte: Elaboração própria

No geral, todos os grupos obtiveram sucesso em compreender o que o item *a* da situação-problema propunha, todavia, os grupos 4 e 6 seguiram planejamentos desconexos. Observa-se, por exemplo, que o grupo 4 tenta explicar relatando que: *"João pensou em adicionar um grupo de número e dividir pela contagem desse número"*. Já o grupo 6 evidenciou um planejamento ao optar pelo uso do Diagrama de Árvore, embora em uma situação em que essa estratégia não fosse a mais apropriada. Porém, eles se convenceram de que estavam no caminho certo, uma vez que chegaram a uma resposta convincente para o problema, pois João havia chegado ao valor 3. No Quadro 9, apresentamos a análise para o item *b*.

Quadro 9: Dificuldades no item *b*

Grupo	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	X	X	X
5	—	—	—	—
6	—	X	X	X

Fonte: Elaboração própria

Novamente, todos os grupos obtiveram sucesso em compreender o que o item *b* da situação-problema propunha, no entanto, os grupos 4 e 6 seguiram planejamentos desconexos. Por exemplo, o Grupo 4 afirmou que "*vimos que o número 4 aparece mais vezes, aí nós multiplicou por três que deu 12. Aí depois fizemos 12 dividido por 3 que deu 4*", entretanto, no entendimento deles, precisariam de uma conta para se chegar ao resultado. Já o grupo 6, assim como anteriormente, optou por utilizar o Diagrama de Árvore em um contexto no qual essa estratégia não era a mais adequada. Mas, eles se convenceram de que estavam no caminho certo, pois chegaram a uma resposta convincente para o problema, uma vez que João havia chegado ao valor 4.

Quadro 10: Dificuldades no item *c*

Grupo	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
3	—	—	—	—
4	—	—	—	—
5	—	—	—	—
6	X	X	X	X

Fonte: Elaboração própria

Neste item, de acordo com os dados coletados, apenas o grupo 6 teve dificuldades. Em sua resposta, um integrante afirmou que: "*Primeiro eu comecei botando os números da tabela em ordem crescente (a ordem → 1,2,4,6), depois fiz uma subtração dos números e seu resultado foi 1*". Nota-se que novamente tentaram utilizar de forma equivocada o Diagrama de Árvore. Fizeram 2-1= 1 e 6-2=2 e depois a subtração do resultado 2-1=1. Isso destaca a dificuldade na etapa de representação, causando dificuldades nas etapas posteriores.

Diante da análise das dificuldades encontradas pelos alunos nas diferentes etapas do processo de resolução de problemas, observa-se um padrão em grupos específicos. O Grupo 4 e o Grupo 6 enfrentaram desafios notáveis nas fases de planejamento, execução e monitoramento, destacando a importância de uma compreensão sólida desde a etapa inicial de representação.

Na análise do item *a*, observou-se que todos os grupos compreenderam efetivamente a proposta da situação-problema. Não obstante, o Grupo 4 e o Grupo 6 apresentaram planejamentos que não se alinhavam de maneira clara, evidenciando a necessidade de reforçar a compreensão dos conceitos desde a fase inicial.

Ao explorar o item *b*, todos os grupos compreenderam a proposta da situação-problema. No entanto, o Grupo 4 e o Grupo 6 demonstraram planejamentos desconexos e dificuldades na execução e monitoramento, revelando a importância de reforçar os conceitos e estratégias apropriadas.

No item *c*, a dificuldade se concentrou exclusivamente no Grupo 6. A representação inadequada, ao utilizar o Diagrama de Árvore de forma equivocada, influenciou negativamente as etapas subsequentes, evidenciando a necessidade de uma compreensão sólida na fase inicial.

Certamente, a intervenção da professora desempenhou um papel fundamental na orientação e superação das dificuldades encontradas pelos alunos durante a resolução do problema. Suas intervenções oportunas e esclarecedoras ajudaram a consolidar o entendimento dos conceitos de medidas de tendência central.

Ao abordar as dificuldades identificadas em cada etapa, a professora demonstrou sensibilidade para compreender as necessidades específicas de cada grupo. No Grupo 3, por exemplo, ao notar que os alunos adicionaram 1 ao número de casos de cada cidade, ela interveio, explicando que essa abordagem adulterava os dados, orientando-os a considerar a segunda resolução, que se mostrou mais adequada.

Outra intervenção destacável foi realizada no Grupo 4, quando os alunos multiplicaram e depois dividiram por 3, resultando na resposta inicial. A professora salientou que essa abordagem não fazia sentido, orientando-os a repensar o processo. Essa atenção às lógicas aplicadas pelos alunos demonstra um comprometimento em garantir que a compreensão dos conceitos seja sólida e coerente.

Além disso, ao fornecer suporte no entendimento da lógica da mediana no item *c*, a professora demonstrou sua dedicação em esclarecer dúvidas específicas, garantindo que os alunos não apenas resolvessem o problema, mas também compreendessem profundamente os fundamentos matemáticos envolvidos. Portanto, as intervenções da professora não apenas contribuíram para a superação das dificuldades, mas também promoveram um ambiente de aprendizado em que os alunos se sentiram apoiados, incentivando a participação ativa e o desenvolvimento sólido de suas habilidades matemáticas. Essa abordagem orientada e personalizada foi fundamental para o sucesso na resolução do problema.

Já Severo (2018) apontou que se deve levar em conta as interações entre alunos e professor, de forma que a mediação do professor possa atuar na zona de desenvolvimento proximal dos alunos. Consoante o autor, esse fator é especialmente relevante no ensino das medidas de tendência central, pois possibilita que os alunos construam conhecimento com base em suas interações com colegas e no suporte oferecido pelo professor.

Em consonância com a pesquisa de Travassos (2023), que analisou a aprendizagem de inequações polinomiais de 1º grau, esta pesquisa evidencia desafios nas etapas de representação e execução. Assim como Travassos identificou dificuldades, especialmente em operações com variáveis negativas e conversão de certos termos, os participantes enfrentaram obstáculos semelhantes. Luz (2023) também observou dificuldades na etapa de representação, pela falta de conhecimentos linguísticos e, posteriormente, nas etapas de planejamento e execução, causadas pela falta de conhecimentos estratégicos.

A pesquisa de Vargas (2013) evidenciou dificuldades entre alunos do nono ano do Ensino Fundamental nas etapas de execução, como lidar com dados estatísticos, construir gráficos e elaborar conclusões. Esses obstáculos são semelhantes aos identificados nesta pesquisa, destacando desafios específicos na aplicação de problemas.

Matsuda (2017) encontrou dados semelhantes aos deste estudo. Em sua pesquisa, a turma do 7º ano, composta por 30 alunos, apresentou mais dificuldades em realizar a representação dos problemas, gerando uma série de erros. Segundo a autora, dos 7 grupos formados, 6 apresentaram dificuldades na etapa de representação.

Em síntese, a análise das estratégias e dificuldades enfrentadas pelos alunos revelou reflexões valiosas sobre a eficácia da abordagem da Resolução de Problemas e a importância de um suporte pedagógico direcionado. A intervenção da professora foi essencial para superar desafios específicos e fortalecer a compreensão dos conceitos matemáticos. As semelhanças com pesquisas anteriores, como as de Travassos (2023), Luz (2023) e Vargas (2013), confirmam que dificuldades nas etapas de representação, planejamento e execução são comuns e podem ser superadas com estratégias de ensino adequadas.

5 Análise e discussão dos dados

Esta pesquisa teve como objetivo identificar as principais dificuldades e estratégias adotadas por alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de um problema de medidas de tendência central. Para isso, foi elaborada uma proposta de ensino via resolução de problemas, seguindo as ações de ensino propostas em Proença (2018), e aplicada a uma turma de 33 alunos. A análise das resoluções revelou três estratégias predominantes entre os grupos: Diagrama de Árvore, conceito matemático e tentativa e erro.

Observou-se que a maioria dos grupos (G1, G3, G4 e G5) utilizou a estratégia de tentativa e erro, possivelmente em decorrência do suporte oferecido pela professora-pesquisadora, que auxiliou na superação das dificuldades iniciais e favoreceu a compreensão do problema. Esse entendimento favoreceu a formulação de estratégias. Além disso, verificou-se que, embora algumas estratégias fossem inadequadas para a resolução da situação-problema, todas, com exceção do Grupo 6 no item *c*, conduziram os alunos à resposta correta para cada item proposto.

Ao analisar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas, os dados coletados apontaram que, no item *a*, os grupos não tiveram dificuldades em compreender o proposto. Entretanto, os grupos 4 e 6 seguiram planejamentos desconexos. No Grupo 4, observou-se a tentativa de justificar o raciocínio ao afirmar: "*João pensou em adicionar um grupo de número e dividir pela contagem desse número*". Já no grupo 6, a inadequação do planejamento tornou-se evidente quando decidiram utilizar o Diagrama de Árvore em uma situação inadequada. Ainda assim, os integrantes se convenceram da resposta, já que João havia chegado ao valor 3.

Para o item *b*, novamente os alunos tiveram sucesso ao compreender a proposta, mas os grupos 4 e 6 seguiram planejamentos inconsistentes. O Grupo 4 justificou sua resposta da seguinte forma: "*Vimos que o número 4 aparece mais vezes, aí nos multiplicou por três que deu 12. Ai depois fizemos 12 dividido por 3 que deu 4*". No entendimento do grupo, precisariam de uma conta para se chegar ao resultado. O Grupo 6, assim como anteriormente, resolveu utilizar o Diagrama de Árvore em uma situação inadequada, convencendo-se da resposta, já que João havia chegado a 4.

No item *c*, a dificuldade se concentrou exclusivamente no Grupo 6. A dificuldade surge na primeira etapa de resolução, com uma representação inadequada do problema. A utilização equivocada do Diagrama de Árvore comprometeu as etapas subsequentes, evidenciando a necessidade de uma base conceitual sólida na etapa inicial.

Diante desses resultados, identificou-se que as principais limitações do estudo recaem sobre as dificuldades dos alunos na mobilização de conhecimentos matemáticos para resolver o problema. Esse aspecto ficou evidente desde o momento inicial, quando a professora auxiliou os grupos na formulação de estratégias, as quais foram pertinentes apenas após esse auxílio.

Contudo, a presente pesquisa contribuiu para o ensino de matemática ao investigar as dificuldades e as estratégias dos alunos. Ressalta-se a necessidade de um acompanhamento individualizado, especialmente para aqueles com maiores dificuldades na aprendizagem.

A originalidade deste estudo reside na escassez de pesquisas que investigam, de forma tão detalhada, o trabalho com a resolução de problemas em sala de aula fundamentada na análise de Proença (2018). Portanto, estudos futuros podem desenvolver um ensino com uso do problema como ponto de partida, como propõe o EAMvRP, a fim de verificar se dificuldades semelhantes, especialmente em formular estratégias permeadas pela visão teórica de uso desses conhecimentos.

Agradecimentos

A pesquisa foi realizada com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior — CAPES, Código de Financiamento 001.

Nota

A revisão textual (correções gramatical, sintática e ortográfica) deste artigo foi custeada com verba da *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais* (Fapemig), pelo auxílio concedido no contexto da Chamada 8/2023.

Referências

BATISTA, Michel Corsi; GOMES, Ederson Carlos. Diário de campo, gravação em áudio e vídeo e mapas mentais e conceituais. In: MAGALHÃES JUNIOR, Carlos Alberto de Oliveira; BATISTA, Michel Corci. *Metodologia da pesquisa em Educação e Ensino de Ciências*. Maringá: Massoni, 2021, p. 220-252.

BINOTTO, Charlote. *Ensino de Estatística por meio da Metodologia de Resolução de Problemas:* uma proposta aplicada ao Ensino Médio. 2019. 101f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco.

BOGDAN, Robert Charles; BIKLEN, Sara Knopp. *Investigação qualitativa em Educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos; Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Editora Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

ECHEVERRÍA, María del Puy Pérez. A solução de problemas em Matemática. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 43-65.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIORDANO, Cassio; ARAÚJO, José; COUTINHO, Cileda. *Educação Estatística e a Base Nacional Comum Curricular:* o incentivo aos projetos. *Revemat*, v. 14, p. 1-20, 2019. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2019.e62727

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. https://doi.org/10.1590/S0034-75901995000300004

LAZARINI, Laís Vitória; MENDES, Luiz Otavio Rodrigues; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Ensino de números naturais e suas operações via Resolução de Problemas: uma análise em livros didáticos. *Educação Matemática Debate*, v. 8, n. 14, p. 1-18, 2024. https://doi.org/10.46551/emd.v8n14a05

LUZ, João Alessandro. *Contribuições de uma proposta de ensino por meio da resolução de problemas para a aprendizagem de sistemas lineares no Ensino Médio.* 2023. 263f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá.

Maringá.

MATSUDA, Franciely Fabrícia de Souza. *Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas.* 2017. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Sueli Gomes. *Pesquisa em Resolução de Problemas*: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação**.** *Referencial Curricular do Paraná*. Curitiba: SEED, 2018.

POZO, Juan Ignacio; ANGÓN, Yolanda Postigo. A solução de problemas como conteúdo procedimental da Educação Básica. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 139-165.

PROENÇA, Marcelo Carlos. *Resolução de problemas*: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, Marcelo Carlos. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, v. 18, p. 1-14, 2021. https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id359

RIGHI, Flávia; PAULA, Enio. Educação Estatística e documentos oficiais: algumas implicações na prática docente no Ensino Fundamental. *RECeT*, v. 2, n. 1, p. 25-38, 2021.

SEVERO, Alan Júnior. Perspectivas na abordagem das medidas de tendência central emergentes da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky. *Educação Matemática Debate*, v. 2, n. 6, p. 265-275, set./dez. 2018. https://doi.org/10.24116/emd25266136v2n62018a04

TRAVASSOS, Wilian Barbosa. *A aprendizagem de inequação polinomial de 1º grau de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental:* análise no contexto de uma sequência didática via resolução de problemas. 2023. 281f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

VARGAS, Glaucia. *A metodologia da resolução de problemas e o ensino de Estatísticas no nono ano do Ensino Fundamental.* 2013. 115f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e de Matemática). Centro Universitário Franciscano. Santa Maria.