

## IPVA: explorando cenários para a tomada de decisão quanto à forma de pagamento

**Resumo:** A pesquisa deste artigo objetiva estudar modelos de atividades exploratórias para a Licenciatura em Matemática, com enfoque na Educação Financeira Crítica na Escola Básica. De acordo com as recomendações publicadas pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, a Educação Financeira Crítica possibilita a criação de atividades com base nos Ambientes de Aprendizagem e no processo decisório, promovendo a reflexão do aluno ao analisar diferentes cenários. A partir de uma reportagem jornalística sobre a cobrança do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores em diversos estados, são sugeridas atividades que visam preparar os alunos para a tomada de decisão em relação ao pagamento desse imposto.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Crítica. Educação Financeira. Educação Financeira Crítica. Atividades Exploratórias.

### IPVA: Exploring scenarios for decision making regarding the form of payment

**Abstract:** The research in this article aims to study models of exploratory activities for the Mathematics Degree, with a focus on Critical Financial Education in Basic Education. According to the recommendations published by the Organization for Economic Cooperation and Development, Critical Financial Education enables the creation of activities based on Learning Environments and the decision-making process, promoting student reflection when analyzing different scenarios. Based on an article published in a widely circulated newspaper about the collection of the Tax on Motor Vehicle Ownership in several states, activities are suggested that aim to prepare students for decision-making regarding the payment of this tax.

**Keywords:** Critical Mathematics Education. Financial Education. Critical Financial Education. Exploratory Activities.

### IPVA: Explorando escenarios para la toma de decisiones con respecto a la forma de pago

**Resumen:** La investigación de este artículo tiene como objetivo estudiar modelos de actividades exploratorias para la Licenciatura en Matemáticas, con enfoque en la Educación Financiera Crítica en la Escuela Básica. De acuerdo con las recomendaciones publicadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, la Educación Financiera Crítica permite la creación de actividades basadas en Entornos de Aprendizaje y el proceso de toma de decisiones, promoviendo la reflexión de los estudiantes al analizar diferentes escenarios. A partir de un reportaje periodístico sobre la recaudación del Impuesto sobre la Tenencia de Vehículos Automotores en varios estados de la República, se sugieren actividades que tienen como objetivo preparar a los estudiantes para tomar decisiones respecto al pago de este impuesto.

**Palabras clave:** Educación Matemática Crítica. Educación Financiera. Educação Financeira Crítica. Actividades Exploratórias.

**Geneci Alves de Sousa**  
Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro  
Rio de Janeiro, RJ — Brasil  
 ID 0000-0002-1577-2252  
 prof.geneci@yahoo.com.br

**Lilian Nasser**  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Rio de Janeiro, RJ — Brasil  
 ID 0000-0001-6050-4807  
 lnasser.mat@gmail.com

Recebido • 29/03/2024  
Aceito • 31/05/2024  
Publicado • 19/03/2025

Artigo

## 1 Introdução

Atualmente, o volume de informações recebidas diariamente por meio de redes sociais, internet, e-mails, entre outros, é muito grande. Entre essas informações estão aquelas relacionadas às ofertas de todo tipo, como a aquisição de bens e/ou produtos com taxa zero. Infelizmente, há algumas empresas, não idôneas, que escondem armadilhas nessas ofertas encantadoras que podem levar um cidadão, menos atento, a contrair dívidas inesperadas e até mesmo realizar pagamentos de valores os quais, após uma análise mais detalhada, poderiam ser efetuados por quantias menores, gerando economia e não prejuízo.

Contudo, não apenas as empresas são responsáveis pelo endividamento do cidadão, as suas próprias escolhas, talvez não tão assertivas, contribuem para um cenário de endividamento. De acordo com a Agência Brasil (2023), 76,6% das famílias brasileiras encontram-se endividadas. Esses dados fazem parte da Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC), divulgada pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC).

Além disso, observam-se atualmente diversas matérias jornalísticas a respeito de diferentes golpes financeiros aplicados no mercado. A Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) e o Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil), em parceria com a Offerwise Pesquisas, em janeiro de 2024, divulgaram o resultado de uma pesquisa<sup>1</sup>, que corrobora essa afirmação. Os resultados divulgados relatam que 20% das pessoas entrevistadas já sofreram algum tipo de fraude em instituições financeiras nos últimos 12 meses, o que representa, aproximadamente, 7,2 milhões de consumidores.

Nesse sentido, será que os alunos estão sendo preparados adequadamente para enfrentar no futuro os diversos desafios que lhes serão apresentados no seu cotidiano? Também se pode questionar qual a melhor estratégia para ensinar os alunos a tomar decisão quanto à forma de pagamento: à vista ou a prazo.

É fato que, para responder a essas perguntas, é necessário que se conheçam vários fatores, como a taxa de juros que está sendo cobrada; qual a quantidade de prestações acordada; se tem desconto para o pagamento à vista; em quais datas ocorrerão os pagamentos; e quanto é possível fazer o dinheiro render. De outro modo, deve ser desenvolvida, no aluno, a habilidade de analisar criticamente as situações financeiras que lhes são apresentadas constantemente.

Nesse cenário, é preciso conscientizar o professor da necessidade de explorar atividades envolvendo a Matemática Financeira (MF), a Educação Financeira (EF) e a Educação Financeira Crítica (EFC) na Educação Básica (EB). Abordar esse conteúdo nesse segmento, principalmente nas séries finais, é importante não só para a consolidação dos conhecimentos, mas para que os alunos possam conectá-los às diferentes situações diárias.

Marim e Silva (2020) destacam que, apesar de a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) corroborar essa afirmação, infelizmente, os resultados analisados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) apontam na direção de que há muito o que fazer para que se obtenha o resultado esperado.

Acredita-se que, por se tratar de temas mais recentes, é provável que muitos professores que estão atuando em sala de aula não tenham tido contato com disciplinas que abordassem esses temas ao longo de sua formação, por isso não exploram atividades desses contextos com seus alunos. A consequência direta é a existência de cidadãos desinformados quanto à questão financeira.

---

<sup>1</sup> Disponível em <https://site.cndl.org.br/72-milhoes-de-consumidores-sofreram-golpes-financeiros-nos-ultimos-12-meses-aponta-cndl-spc-brasil>.

Nesse sentido, no estado do Rio de Janeiro, em 2005, a Secretaria de Educação incluiu o tópico de Matemática Financeira na grade curricular do Ensino Médio. No entanto, grande parte dos professores em exercício não teve formação nesse conteúdo durante a Licenciatura. Então, a partir dessa reorganização curricular, um grupo de pesquisa do Setor Matemática do Projeto Fundão<sup>2</sup> dedicou-se a uma extensa investigação, buscando um método de ensino que explorasse a abordagem prática e visual da MF.

A abordagem é prática porque visava desestimular a memorização de fórmulas e explorar situações reais do cotidiano dos investimentos e das vendas a prazo. Já a abordagem visual busca empregar um diagrama denominado *Eixo das Setas* para analisar a variação do dinheiro no tempo e, por meio dele, equacionar os problemas de forma rápida e eficiente. Dessa forma, o propósito era preparar os alunos para tomar decisões mais assertivas e resolver problemas relacionados a situações concretas.

Os resultados dessa pesquisa foram publicados em Nasser *et al.* (2012). Após essa publicação, apesar de o grupo ter-se dedicado a outros temas de pesquisa, a MF permaneceu como objeto de interesse, sendo constantemente convidado para ministrar minicursos, oficinas e palestras em encontros no contexto da Educação Financeira.

O objetivo do estudo relatado neste artigo é analisar diferentes cenários de investigação para exploração, em sala de aula, da temática relativa à melhor forma de pagamento para impostos, como o IPVA [Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores] e o IPTU [Imposto Predial e Territorial Urbano], contribuindo para a tomada de decisão. As atividades são elaboradas com base na Educação Financeira Crítica (Skovsmose, 2000), por meio de uma estratégia de resolução de problemas com o apoio de uma representação visual, o *Eixo das Setas* (Nasser *et al.*, 2012).

## 2 Matemática Financeira, Educação Financeira e Educação Financeira Crítica

Para compreender a Educação Financeira Crítica (EFC), é importante diferenciá-la da Matemática Financeira (MF) e da Educação Financeira (EF). Segundo Puccini (2011),

a Matemática Financeira é um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso do tempo; para isso, cria modelos que permitem avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo. Antes de iniciar o seu estudo, é necessário estabelecer uma linguagem própria para designar as variáveis que serão estudadas (Puccini, 2011, p. 10).

Para Puccini (2011), na MF, o valor do dinheiro varia de acordo com o tempo. Nasser *et al.* (2012) concordam com essa ideia ao afirmarem que

na Matemática Financeira, supõe-se que o dinheiro nunca fica parado, sem investimento. Por isso, há uma variação no valor do dinheiro ao longo do tempo. Como consequência, só é possível somar ou comparar quantias em dinheiro se elas forem referentes à mesma data (p. 73).

Nesse sentido, para que se possa optar pela melhor forma de pagamento, à vista ou a prazo, é importante equiparar os valores em uma mesma data. Entretanto, apenas comparar os valores pode não ser suficiente para chegar à solução do problema. É importante também saber

<sup>2</sup> O Projeto Fundão, do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, é formado por professores da Educação Básica, Ensino Superior e Licenciandos. O Projeto Fundão realiza atividades de Extensão Universitária na área de formação continuada de professores de Matemática desde 1983.

compreender o contexto econômico no qual está inserido e, a partir dele, tomar uma decisão mais vantajosa.

Porém, para formar um cidadão consciente e responsável quanto à utilização de seus recursos financeiros, é necessário que ele possua um conhecimento financeiro adequado, ou seja, que ele tenha sido educado financeiramente. Educar financeiramente um cidadão implica uma mudança de comportamento quanto às atitudes financeiras, com o objetivo de se obterem resultados mais significativos. Para isso, é necessário que se conheça o uso adequado do dinheiro, saber planejar, organizar e ter disciplina quanto ao orçamento familiar e pessoal.

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2005) publicou algumas recomendações sobre princípios e boas práticas financeiros, defendendo que a EF é um processo de mudança de comportamento. Para a Organização, Educação Financeira é

o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem-informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar (OCDE, 2005, p. 4).

Por meio da EF, busca-se formar um cidadão capaz de se organizar financeiramente, seja para sanar dívidas, caso existam, seja para poupar ou investir determinados valores. Além disso, a EF permite que, a partir do conhecimento adquirido por meio de experiências bem-sucedidas, o indivíduo desenvolva maior autonomia na tomada de decisões. Navarro e Silva (2023) destacam o papel da EF, ressaltando sua importância:

[...] a Educação Financeira surge como um campo de aplicação da Matemática de extrema relevância. Ela aborda conceitos matemáticos relacionados a números; taxas de juros; inflação; aplicações financeiras; rentabilidade; liquidez de investimentos e impostos, todos eles fundamentais para o entendimento das finanças pessoais e a tomada de decisões financeiramente conscientes (p. 2).

Além de fornecer ferramentas matemáticas para a gestão financeira, a EF torna-se ainda mais relevante diante do grande volume de informações transmitidas diariamente por diferentes meios de comunicação, muitas delas relacionadas a finanças, consumo e até questões psicológicas associadas ao uso do dinheiro. Entretanto, nem sempre o cidadão está preparado para lidar com essas situações. Diante desses fatos, é fundamental promover a Educação Financeira como forma de conscientizar a população quanto ao impacto de suas decisões, que podem afetar não somente o indivíduo, mas também a sua família e, em maior escala, a economia do país.

Em uma visão mais ampla, o Brasil instituiu a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) pelo Decreto n. 7.397, de 22 de dezembro de 2010 (Brasil, 2010), substituída pelo Decreto n. 10.393, de 9 de junho de 2020 (Brasil, 2020), que dispôs sobre a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF). A partir de sua edição, buscou-se desenvolver ações e medidas focadas na EF nas escolas, dando origem ao programa Educação Financeira nas Escolas, cujo objetivo é promover debates e uma formação adequada na Educação Básica (EB). De acordo com a ENEF, a EF nas

escolas

se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos. Discentes e docentes financeiramente educados podem constituir-se em indivíduos crescentemente autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e situações comprometedoras que prejudiquem não só sua própria qualidade de vida como a de outras pessoas (Brasil, 2010).

Todavia, embora seja um tema atual e amplamente objeto de estudo por diversos pesquisadores, na prática, ainda se está distante de alcançar uma formação do professor — e, consequentemente, do cidadão — adequada aos propósitos da EF. Quanto à formação de um cidadão mais consciente financeiramente, defende-se que, além dos aspectos mencionados, é imperativo que ele questione cada situação em seus diferentes cenários. Em outras palavras, uma mesma situação pode resultar em ações diferentes, todas potencialmente corretas, dependendo do ponto de vista adotado. Esse processo de análise comportamental é denominado Educação Financeira Crítica (EFC).

A EFC está fundamentada em componentes comportamentais, como hábitos e costumes. Os hábitos estão vinculados às questões racionais, como o cálculo, que, por si só, já produz resultados imediatos. Os costumes, por sua vez, estão relacionados às questões emocionais e psicológicas. Por exemplo, ao dispor de R\$ 1.000,00, seria o momento adequado para investir esse valor? Esse investimento poderia causar instabilidade financeira? Trata-se de uma reserva de emergência que justifica ser utilizada em um investimento? Essas e muitas outras situações devem ser consideradas.

Portanto, apesar de a EFC compreender a MF, ela vai mais além, pois se trata de uma questão de mudança comportamental. A Figura 1 ilustra os conceitos básicos da EFC e suas consequências para o cidadão, a partir de sua utilização.

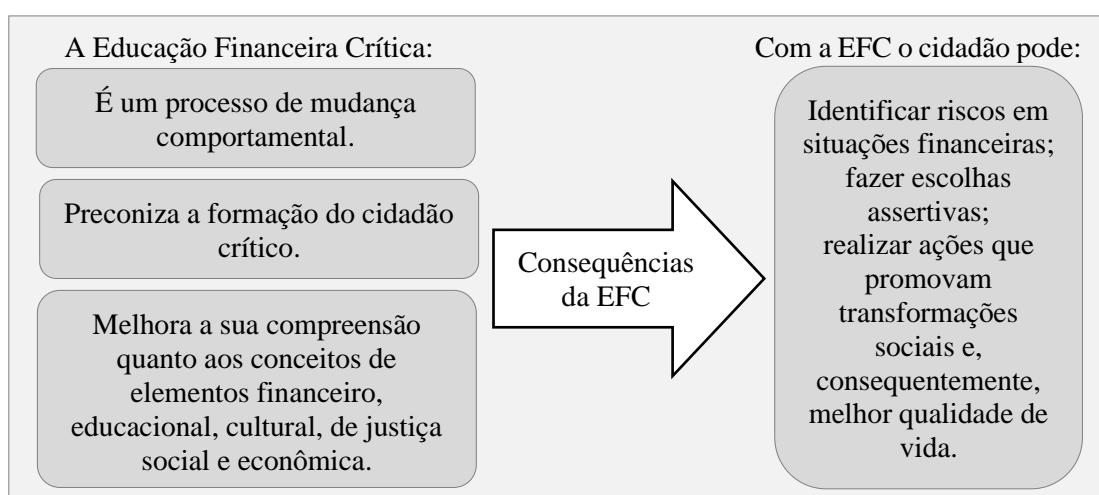


Figura 1: Conceitos básicos da EFC (Adaptado de Skovsmose, 2000)

Em resumo, a MF se concentra em solucionar problemas de maneira direta, fundamentando-se nos valores obtidos por meio de cálculos matemáticos. Por outro lado, a EFC, além de utilizar os cálculos necessários para resolver os problemas, busca analisar outros aspectos que nem sempre podem ser determinados apenas por fórmulas, como elementos emocionais, psicológicos, condições momentâneas, entre outros, que podem influenciar diretamente na tomada de decisão.

Nesse contexto, alguns questionamentos são importantes para fomentar uma Educação

Financeira Crítica, como analisar a redução do volume/peso de embalagens de determinados produtos que mantiveram o preço; analisar os diferentes combos oferecidos por empresas de telefonia, TV a cabo, entre outras; desenvolver atividades que incentivem o cidadão a analisar como os impostos impactam os preços dos produtos; questionar a real necessidade de uma determinada compra e a possibilidade de ela ser postergada; ou determinar a forma mais vantajosa de pagamento: à vista ou a prazo? Com ou sem desconto no pagamento à vista?

Esses são apenas alguns exemplos de questões relacionadas à EFC. Sobre isso, Torres e (2022) ressalta que

a Educação Financeira Crítica pressupõe a necessidade de possibilitar ao cidadão ter condições para uma tomada de decisão quanto à melhor utilização a ser dada aos recursos disponíveis. A esse maior conhecimento, para que se possa ponderar e analisar determinada situação, é algo chamado por alguns de obtenção de um melhor Letramento Financeiro do cidadão. Para que isto ocorra, é importante que se procure uma forma de melhor divulgar estes conhecimentos, que torne este conhecimento mais amplo, mais democrático e que com isso, possibilite às pessoas dispor de elementos para melhor tratar do assunto com quem de seu interesse no momento da concretização de algum negócio, e, não se deixar levar por qualquer argumento que não seja da conveniência do cidadão (Torres, 2022, p. 22).

A formação do professor é, de fato, um elemento essencial para que ele esteja apto a orientar seus alunos no contexto da EFC. É indispensável que, durante sua formação, o docente tenha oportunidades de vivenciar situações que o preparem para abordar os variados temas e desafios relacionados a esse âmbito. O Quadro 1 apresenta um comparativo entre as definições de Matemática Financeira, Educação Financeira e Educação Financeira Crítica por diferentes autores.

Quadro 1: Comparativo entre MF, EF e EFC

Matemática Financeira	Educação Financeira	Educação Financeira Crítica
A Matemática Financeira é um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso do tempo. Para isso, cria modelos que permitem avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo (Puccini, 2011).	Processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos (OCDE, 2005).	A Educação Financeira Crítica busca realizar conexões entre as práticas educacionais e culturais e a luta pela justiça social e econômica, direitos humanos e uma sociedade democrática, para que se possa ampliar as compreensões críticas e as práticas libertadoras, com o objetivo de buscar transformações sociais e pessoais progressistas (Teitelbaum, 2011).

Fonte: Elaboração própria

### 3 Cenários de investigação

É amplamente reconhecido que, atualmente, muitos professores buscam estratégias que permitam que seus alunos tenham uma aprendizagem significativa. Também é senso comum que essa tarefa é desafiadora, tendo em vista que cada grupo, turma ou aluno apresenta comportamentos diferenciados, gerando diferentes resultados.

Nesse sentido, Skovsmose (2000) defende a prática da Educação Matemática Crítica na sala de aula, por meio dos Ambientes de Aprendizagem. Esses ambientes abarcam três perspectivas: a matemática pura, a semirrealidade e a realidade. Ademais, destacam-se dois paradigmas nesse modelo: exercícios e Cenários para Investigação. Essa visão se sustenta em Skovsmose (2015):

Um cenário de investigação é um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem. Ao contrário da bateria de exercícios tão característica do ensino tradicional de matemática, que se apresenta com uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos cenários para investigação não são tão bem demarcadas. Há diversos modos de explorar o terreno e suas trilhas. Há momentos de prosseguir com vagas e cautela, e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece (p. 49).

A abordagem de Cenários para Investigação (CI), conforme apresentada, busca formas diferenciadas de aprendizagem, enfatizando a cooperação nos processos nos quais ocorre a investigação. Dessa forma, os CI favorecem as atividades de sala de aula que se opõem às práticas baseadas na resolução de exercícios somente. Nesse sentido, ao articular o contexto com os tipos de tarefa, cenários de investigação ou lista de exercícios, Skovsmose (2015) delineia diferentes ambientes de aprendizagem.

O Quadro 2 representa a matriz de ambientes de aprendizagem proposta por Skovsmose.

Quadro 2: Ambientes de aprendizagem

	Listas de exercícios	Cenários para investigação
	Ambiente (1)	Ambiente (2)
Referência à matemática pura	Tem como base a resolução de exercícios, que podem ser explorados da forma: Reduza a expressão...; Resolva a equação...; Calcule...	Tem como base a investigação sobre números e figuras geométricas, que podem ser explorados por meio da abordagem de funções lineares.
Referência a uma semirrealidade	Ambiente (3)  Utiliza elementos que são de fácil compreensão do aluno, como uma loja que vende maçãs, por exemplo, mas que não há uma obrigatoriedade de que os elementos envolvidos sejam reais; resulta em resultados exatos e verdadeiros.	A exemplificação pode ficar a cargo da utilização de jogos que simulem, por exemplo, o gerenciamento de uma cidade. Nesse sentido, o aluno se envolve em atividades que necessitam de planejamento e tomada de decisão.
Referência à vida real	Ambiente (5)  Por utilizar situações reais, é necessário que buscar problemas reais para explorar diferentes atividades.	Ambiente (6)  Podem ser trabalhos projetos com o objetivo de, por exemplo, conscientizar os alunos de certas questões socioeconômicas e, ao mesmo tempo, aplicar e desenvolver conceitos matemáticos que podem ajudar a entender melhor os problemas apresentados.

Fonte: Adaptado de Skovsmose (2015, p. 63)

No artigo, são exploradas atividades nos ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2015).

#### 4 A tomada de decisão

O ato de tomar decisões não se restringe ao contexto da Educação Matemática. É possível encontrar esse tema sendo abordado nas áreas da Sociologia, Psicologia, Economia, Neurociência, incluindo as consequências no comportamento humano em situações de compra. Embora essas áreas não estejam no foco desta investigação, é fundamental destacar a relevância do conceito de tomada de decisão. De acordo com Kahneman (2012),

a tomada de decisão é uma competência chave para as pessoas em todo o mundo, uma vez que os seres humanos tomam decisões o tempo todo, tendo ou não consciência. Tal importância talvez explique por que o tópico da tomada de decisão seja partilhado por tantas e diferentes áreas, dentre elas a matemática, estatística, economia, ciência política, sociologia e psicologia. (p. 541).

Todavia, tomar uma decisão não implica, necessariamente, que essa seja a melhor entre todas as alternativas possíveis. Herbert Simon, destacado pesquisador do século XX, no campo da tomada de decisão e comportamento humano, desenvolveu a teoria da racionalidade limitada como uma contraposição ao conceito do homem econômico. Segundo ele, o indivíduo sempre está sujeito a cometer erros e/ou omissões, o que o leva, consequentemente, a alcançar resultados *satisfatórios* em vez de *ótimos*, mesmo quando age com a intenção de maximizar seus resultados. Em obra publicada em 1987, Simon (1987) considerou que

um dos importantes objetivos da pesquisa científica básica é entender como a mente humana, com ou sem a utilização do computador, soluciona problemas e toma decisões. A psicologia, a economia, a estatística, a matemática, a pesquisa operacional, a ciência política, a ciência administrativa, a inteligência artificial e a ciência cognitiva tiveram importantes ganhos em pesquisa, principalmente nesse último século, por buscar compreender como o ser humano resolve problemas e toma decisões (p. 11).

Observa-se que é importante conhecer o processo decisório realizado por uma pessoa. Muniz (2016, p. 11), em sua tese de doutorado, enfatiza que “ainda que uma boa decisão não garanta um bom resultado, pensar nas decisões a tomar geralmente compensa o tempo e o esforço gastos nisso”. Historicamente, o foco do processo decisório tem sido a racionalidade humana quanto a tomar uma decisão de maneira informada e consciente. No entanto, o ser humano está em constante busca por métodos e ferramentas para lhe auxiliar no processo decisório.

De forma concisa, a pesquisa de Kahneman e Tversky<sup>3</sup> contribuiu para elucidar como as pessoas recebem, compreendem e processam informações para tomarem as suas decisões. Eles partiram do princípio de que o cérebro humano opera com base em dois sistemas de pensamento (Kahneman, 2012). O Quadro 2 apresenta uma comparação entre esses dois sistemas, destacando suas principais características e atuações no processo decisório do ser humano.

Ambos os sistemas trabalham de forma simultânea, porém, o Sistema I capacita o ser humano a resolver problemas do cotidiano. Com as experiências vividas, vai armazenando e sendo utilizado quando necessário, podendo, nesse caso, gerar erros, tendo em vista as

<sup>3</sup> Daniel Kahneman e Amos Tversky iniciaram, em 1969, suas pesquisas que buscavam explicar como ocorrem os processos mentais de julgamento e escolha até constituir o ato da decisão. Tversky faleceu em 1996; em 2002, Kahneman ganhou o prêmio Nobel de Economia com essa linha de pesquisa.

especificidades de cada caso. Nesse momento, o Sistema II passa a atuar para que a situação/problema possa ser analisada com maiores detalhes das opções e com um julgamento mais criterioso.

Quadro 2: Comparativo entre os Sistemas de Julgamento e Escolhas na Tomada de Decisão

	Características	Atuação
Sistema I (Automático)	Autônomo, intuitivo, rápido e emocional; mais influente; responsável pela maioria das escolhas.	Baseia-se nos atalhos mentais, chamados de heurísticas, que geram respostas intuitivas aos problemas que lhe são apresentados.
Sistema II (Reflexivo)	Lento, lógico, ordenado e deliberado.	Atua de forma lenta, mas eficiente em questões mais complexas; capaz de tomar decisões refletidas ao comparar racionalmente alternativas; capaz de construir ideias passo a passo.

Fonte: Adaptado de Kahneman (2012)

Todo esse processo ocorre de forma simultânea, apesar de o Sistema I liderar a maior parte do tempo. Essa forma automatizada é baseada em estratégias criadas para que se possam processar os julgamentos e as decisões, os quais são denominados heurísticas. O Quadro 4 resume as heurísticas e suas características de acordo com Kahneman.

Quadro 4: Descrição das heurísticas

Heurística	Característica
Representatividade	Heurística de julgamento; ocorre durante o processo decisório baseado em parâmetros de decisões anteriores ou similaridade de outro objeto ou coisa que seja próximo e que se pareça.
Disponibilidade	Heurística de julgamento; baseada em informações que rapidamente surgem na mente; conexão com as experiências, percepções dos eventos e emoções.
Ação e Ancoragem	Heurística de ajuste; avalia a decisão, ajustando-a ao que foi sugerido inicialmente, sem questionar a validade desse valor original ou analisando-a parcialmente.

Fonte: Adaptado de Kahneman (2012, p. 12)

É importante, ao desenvolver atividades exploratórias, que se considere o modelo mental de tomada de decisão. Essa abordagem pode auxiliar significativamente no aprimoramento da qualidade das decisões feitas pelos cidadãos, promovendo escolhas mais conscientes e alinhadas às suas necessidades e contextos.

## 5 Motivação

O tópico de Matemática Financeira (MF) foi incorporado no currículo do Ensino Médio pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ) em 2005. Como a maioria dos professores da Educação Básica não tinha formação sobre esse conteúdo, foi criado um subgrupo do Projeto Fundão, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, para estudar e desenvolver atividades de pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem de MF. Como resultado, foi publicado o livro *Matemática Financeira na Escola Básica: uma abordagem prática e visual* (Nasser et al., 2012). O objetivo principal desse trabalho é a formação de professores, habilitando-os a abordar o tema de forma abrangente e útil, extrapolando o que era veiculado nos livros didáticos da época, que se restringiam a problemas de juros simples e compostos,

resolvidos por meio de aplicação de fórmulas.

As atividades propostas no livro exploram cenários da realidade (Zentgraf, 2009), abordando situações que envolvem a tomada de decisão financeira. Questões como optar por pagamento à vista ou a prazo? Com ou sem entrada? Parcelamento em muitas ou poucas prestações? Em pagamento de impostos, como escolher a maneira mais vantajosa para o bolso do cidadão?

Além disso, é usada uma estratégia de resolução dos problemas prática e visual, usando um *Eixo de Setas* para representar a situação, que ajuda o aluno a raciocinar, sem o uso de fórmulas decoradas. Os problemas abordam situações reais, sugeridas pelos professores e licenciandos do grupo.

Nesse contexto, começa-se a fazer investigações sobre o pagamento do IPVA. No estado do Rio de Janeiro, o imposto poderia ser pago em três parcelas mensais ou à vista, com desconto de 10%. Cria-se um problema para alertar que os juros cobrados, no caso do pagamento parcelado, eram muito altos. O Quadro 5 mostra uma das formas de apresentação do problema, em que é informado o valor do IPVA a ser pago.

Quadro 5: Enunciado do problema original

O Estado do Rio de Janeiro ofereceu, no ano de 2014, duas possibilidades para pagamento anual do PVA: em cota única com desconto de 10%, ou com vencimento no dia 15/01 ou em 3 parcelas mensais iguais, com vencimento nos dias 15/01, 15/02 e 15/03. Qual a taxa de juros embutida no pagamento parcelado de um IPVA de R\$ 900,00?

Fonte: Nasser, Torracá e Sousa (2014, p. 5)

Os resultados das investigações foram divulgados em encontros e por meio de publicações e se destacaram por trazer informações relevantes sobre o desempenho de diferentes grupos ao enfrentarem o problema proposto.

[...] no primeiro grupo de professores a que foi apresentado este problema, dos 27 participantes, somente um acertou e, entre as 26 respostas erradas, houve grande diversidade de raciocínios. Numa segunda aplicação, foram avaliados 22 licenciandos, dos quais 8 não acharam resposta alguma, pois não conseguiram concluir o raciocínio, e os 14 que chegaram até o fim não acertaram. No total, foram examinados cinco grupos, compostos de licenciandos, professores e alunos de pós-graduação (Nasser, Torracá e Sousa, 2014, p. 37-52).

No Quadro 6, são reproduzidas algumas resoluções incorretas elaboradas por professores ou licenciandos. Esses resultados reforçam a urgência de trabalhar questões da realidade em MF com professores nessa área.

Quadro 6: Resoluções do problema do IPVA (original) apresentadas por professores ou licenciandos

	Resoluções apresentadas pelos professores ou licenciandos	Comentários
1 <sup>a</sup> Resolução	<p><i>À vista:</i> R\$ 900,00</p> <p><i>Com 10% de desconto:</i> R\$ 810,00</p> <p><i>Juros compostos:</i> <math>900 = 810 \times (1 + i)^3</math></p> $(1 + i)^3 = 90 \Rightarrow 1 + i = \sqrt[3]{90}$ $i = 3,48\% \text{ a.m.}$	O erro desta solução foi comparar o pagamento à vista com um pagamento único de R\$ 900,00 três meses após, aplicando a fórmula dos juros compostos.
2 <sup>a</sup>	<i>Parcelado:</i> $3 \times \text{R\$ } 300,00 = \text{R\$ } 900,00$	Nesta resolução, foi novamente usado

<b>Resolução</b> <i>10% de desconto: R\$ 90,00</i> <i>Pagando à vista: R\$ 810,00</i> $J = C.i.n$ $i = \frac{J}{C.n} = \frac{90}{810,3} = \frac{90}{2430} = 0,0037$ <i>ou 3,7% a.m.</i>	o raciocínio de um pagamento único três meses após, além de aplicar equivocadamente a fórmula dos juros simples, e ainda há um erro na divisão.
<b>3<sup>a</sup> Resolução</b> <i>À vista: R\$ 900,00 × 0,9 = R\$ 910,00</i> <i>A prazo: 3 × R\$ 300,00 = R\$ 900,00</i> <i>Juros: R\$ 810,00 - - - - - 100%</i> <i>R\$ 90,00 - - - - - x %</i> $810 \cdot x = 9000$ $x = \frac{900}{81} = 11,1\%$ de juros ao trimestre	Esta solução foi apresentada por grande parte dos professores que cursavam pós-graduação em Ensino de Matemática. Denota uma prática comum dos alunos de tentar usar a regra de três para resolver o problema. Esta seria a taxa de juros embutidos no pagamento em uma única parcela, um mês após o vencimento do pagamento à vista com desconto.

Fonte: Nasser, Torraca e Sousa (2014, p.5)

A estratégia para alcançar uma resposta correta para esse exercício envolve adotar uma abordagem como a proposta na Figura 2. Essa solução usa a representação visual incorporada na didática proposta no livro, para um valor genérico do imposto.

Para calcular a taxa de juros praticada no pagamento parcelado, a situação será representada no eixo das setas, onde P representa o valor de cada parcela. O valor total de 3P, quando pago à vista com desconto de 10%, é de 0,9 × 3P.

$$0,9 \times 3P = P + \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2}$$

$$2,7 = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2}$$

$$1,7 (1+i)^2 = 1 + 1 + i$$

$$17i^2 + 24i - 3 = 0$$

Resolvendo esta equação do 2º grau, obtém-se o valor aproximado  $i = 0,115$ .  
 Portanto, a taxa mensal de juros é de 11,5%.

Figura 2: Resolução da obtenção da taxa de juros para o pagamento parcelado do IPVA, utilizando o Eixo das Setas (Nasser, Torraca e Sousa, 2014, p.6)

## 6 Sugestões de atividades que podem ser exploradas para a formação do cidadão crítico

Todo início de ano, no mês de janeiro, as famílias devem estar preparadas para as inúmeras despesas concentradas nesse mês, como as escolares, impostos, viagens, entre outras. Além da preocupação com os pagamentos, deve ser considerada a tomada de decisão sobre como deverão ser quitados — à vista ou parcelados.

Em especial, destaca-se o Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) e o Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA), cuja cobrança é realizada em janeiro e/ou fevereiro de cada ano. O primeiro é um tributo de competência municipal cobrado de todo possuidor de um bem imóvel urbano, seja ele predial ou territorial, como residências, terrenos, construções comerciais ou industriais, entre outros. Para esse imposto, a prefeitura do município do Rio de Janeiro adotou um desconto de 7% para todos os contribuintes que optarem pelo pagamento à vista ou, se preferirem, podem efetuar o parcelamento do valor, sem desconto e sem juros, em 10 parcelas iguais.

O segundo tributo, o IPVA, é pago anualmente, à vista com desconto, ou a prazo sem desconto, por todo proprietário de algum tipo de veículo automotor: automóvel, moto, ônibus,

micro-ônibus, caminhão, entre outros. A cobrança é de competência de cada Estado, por isso, os percentuais desse imposto podem ser diferentes em cada um deles.

Ainda referente a esses dois impostos, no dia 7 de janeiro de 2024, o jornal *O Globo* publicou a matéria *Quando vale a pena pagar o IPTU e IPVA à vista?* (Cardoso, 2024, p. 4). Não obstante, pode-se estender essa pergunta para muitas outras situações financeiras do cotidiano que também demandam decisões sobre a forma de pagamento: com ou sem entrada? Se escolhida a forma a prazo, qual a melhor quantidade de parcelas, *muitas ou poucas?*

É possível considerar outros fatores que auxiliam na tomada de decisão, como a taxa de juros oferecida em diferentes investimentos, o desconto obtido no pagamento à vista, a situação financeira de cada pessoa no momento do pagamento e os efeitos psicológicos envolvidos.

A princípio, sempre vale a pena pagar à vista, desde que se tenha o valor disponível sem comprometer a estabilidade financeira da pessoa (ou família) e, obviamente, seja dado um desconto. Mas surge a questão: qual deve ser o percentual de desconto para o pagamento à vista valer a pena? De acordo com a matéria publicada, Figura 3, observam-se diferentes situações de cobrança entre os estados.



Figura 3: Descontos no pagamento do IPVA por estado (Cardoso, 2024, p. 19)

Observa-se que, no estado do Amapá, o desconto oferecido para quem efetuar o pagamento à vista é de 20% — maior desconto entre todos os estados — e, no Distrito Federal e em Santa Catarina, não há desconto para quem escolher essa opção. Portanto, é preciso analisar cada caso para identificar as opções mais vantajosas.

## 6.1 Cobrança do IPVA em diferentes estados

A Tabela 1 apresenta uma comparação entre os estados da Paraíba, Goiás, Rio de Janeiro e São Paulo, destacando as diferenças nos descontos para o pagamento à vista e a variação no número de parcelas disponíveis. Tomando como referência as informações contidas no artigo do jornal, essa análise oferece uma perspectiva clara das particularidades de cada estado em relação a essas condições de pagamento.

Tabela 1: Valores comparativos para pagamento à vista ou parcelado

	Paraíba	Goiás	Rio de Janeiro	São Paulo
Desconto para o pagamento à vista (%)	10	7	3	3
Quantidade de parcelas permitidas para o pagamento parcelado	3	10	3	5

Fonte: Adaptada de Cardoso (2024, p. 19)

A partir dos dados da Tabela 1, podem ser criar diferentes cenários para explorar o pagamento do IPVA, como: qual a opção mais vantajosa para o proprietário, pagar à vista ou parcelado? Vale a pena investir o dinheiro do pagamento do IPVA e resgatar os valores

mensalmente para a quitação das parcelas?

## 6.2 Cenários propostos

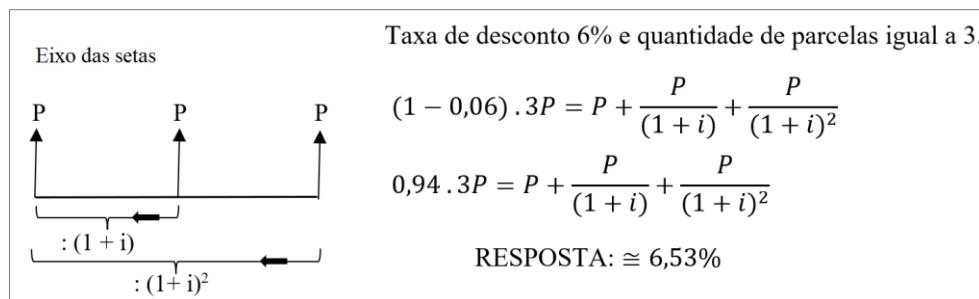
No contexto de cenários de investigação (Skovsmose, 2000), é possível estimular os alunos a investigarem várias situações relacionadas ao pagamento do IPVA e do IPTU. De acordo com a característica da turma, cabe ao professor propor atividades adequadas que incentivem os alunos a analisarem diversas possibilidades.

A proposta consiste em desafiar os alunos a identificarem a forma mais vantajosa de pagamento do IPVA nesses estados, considerando os descontos disponíveis para o pagamento à vista e o número de parcelas oferecido para o pagamento parcelado.

Segue a sugestão de atividades exploratórias.

*Atividade 1* — Tendo em vista a resolução do problema do IPVA (Figura 4), investigue qual a taxa de juros embutida quando o desconto para o pagamento à vista é de 6%. Observações: Considere a quantidade de parcelas igual a 3. A Figura 4 apresenta uma resolução simplificada do item, com a utilização do *Eixo das Setas*.

Figura 4: Resolução do item 1



Fonte: Elaboração própria

*Atividade 2* — No estado do Tocantins, o pagamento do IPVA pode ser efetuado à vista com desconto de 10% até o dia 15 de janeiro. Além do pagamento à vista, o contribuinte poderá escolher quitar o imposto de forma parcelada, sem desconto, em até 10 vezes, ou em parcela única, sem desconto, na data final do calendário fiscal do IPVA, que é 15 de outubro. Considera-se que o valor de um veículo (0 km), na tabela Fipe<sup>4</sup>, é de R\$ 70.000,00 e o valor de seu IPVA, em geral, é 3% desse valor, investigue os seguintes casos.

a) Considerando o pagamento do IPVA no dia 15 de janeiro, calcule o valor do pagamento à vista [A resolução está apresentada no Quadro 7].

Quadro 7: Resolução do item 2a.

$$\text{Valor do IPVA} = 70000 \times 0,03 = \text{R\$ } 2.100,00$$

$$\text{Valor do IPVA para pagamento à vista} = 2.100 \times (1 - 0,1) = \text{R\$ } 1.890,00$$

Fonte: Elaboração própria

b) Calcule a taxa de juros embutida no pagamento parcelado em 10 vezes. (Sugestão: utilizar recurso tecnológico para esse cálculo). O Quadro 8 apresenta a resolução simplificada do item.

<sup>4</sup> A Tabela Fipe expressa preços médios para pagamento à vista, praticados na revenda de veículos para o consumidor final, pessoa física, no mercado nacional, servindo apenas como um parâmetro para negociações ou avaliações. Os preços efetivamente praticados variam em função da região, conservação, cor, acessórios ou qualquer outro fator que possa influenciar nas condições de oferta e procura por um veículo específico (Fonte: <https://veiculos.fipe.org.br/>).

Quadro 8: Resolução do item 2b

Equação estendida.

$$1890 = 210 + \frac{210}{(1+i)} + \frac{210}{(1+i)^2} + \frac{210}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{210}{(1+i)^9}$$

Equação simplificada utilizando a soma de termos de uma Progressão Geométrica.

$$S_n = \frac{a_n \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, \text{ como } q = \frac{1}{1+i}$$

$$S_{10} = \frac{210 \cdot \left(\frac{1}{(1+i)^{10}} - 1\right)}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \rightarrow 1890 = \frac{210 \cdot \left(\frac{1}{(1+i)^{10}} - 1\right)}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

Desenvolvendo a expressão e realizando a redução de termos semelhantes, resulta em um polinômio de grau 10. Para auxiliar na resolução, utiliza-se o Symbolab<sup>5</sup> Os valores mais adequados ao problema foram:

$$i_1 = 0, i_1 \approx 0,02398, i_3 \approx -0,37179 \text{ e } i_4 \approx -0,65294$$

Os demais valores foram omitidos por serem repetidos. Portanto, o valor aproximado para o problema é uma taxa de juros de 2,40% a.m.

Fonte: Elaboração própria

c) Analise as diferentes formas para a quitação do IPVA no estado de Tocantins, indicadas a seguir, e decida qual é a opção mais vantajosa: pagar à vista com desconto em 15 de janeiro, pagar as parcelas mensalmente ou pagar cota única, sem desconto, no dia 15 de outubro? Justifique a resposta. (Observações: Para uniformizar os resultados, considere um investimento na caderneta de poupança, com rendimento mensal de 0,5% a.m. A resolução do item 2c está representada nos Quadros 9, 10 e 11).

Quadro 9: Resolução do item 2c, Opção 1

O proprietário do veículo possui o valor integral para o pagamento do IPVA em 15 de janeiro.

(pagamento em janeiro) valor —  $2.100 \times 0,9 = \text{R\$ } 1.890,00$

(pagamento em outubro) valor — R\\$ 2.100,00

desconto em janeiro — R\\$ 210,00

Transpondo o valor do IPVA, pago em janeiro com desconto (R\\$ 1.890,00), para a data de 15 de outubro e comparando com o valor a ser pago nessa data (R\\$ 2.100,00), obtém-se:

$$\text{valor} — 1.890,00 \times (1 + 0,005)^9 = 1.890 \times 1,04591 \approx \text{R\$ } 1.976,77$$

Observe que o valor de R\\$ 1.890,00 corresponde a R\\$ 1.976,77, na data de 15 de outubro. A diferença entre o valor do IPVA a ser pago em outubro e o valor transposto é de R\\$ 86,77 (R\\$ 2.100,00 – R\\$ 1.976,77 = R\\$ 86,77), que é menor do que o desconto que ele terá ao efetuar o pagamento do IPVA em 15 de janeiro (R\\$ 210,00). Portanto, tendo o dinheiro para o pagamento à vista com desconto na data de 15 de janeiro, é mais vantajoso efetuar a quitação do IPVA nessa data.

Fonte: Elaboração própria

Quadro 10: Resolução do item 2c, Opção 2

O proprietário do veículo possui o valor integral para o pagamento do IPVA em 15 de janeiro, mas decide investir o valor em caderneta de poupança e efetuar resgates, mês a mês, para o pagamento das parcelas mensais.

<sup>5</sup> Disponível em: <https://pt.symbolab.com/solver/equation-calculator>

Para facilitar a visualização dos resultados, esses são apresentados na forma de tabela. O desenvolvimento do cálculo está representado apenas na primeira linha. O valor do pagamento é no dia 15 de cada mês.

Mês	Saldo em R\$	Número da parcela	Valor pago em R\$	Saldo após o pagamento	Valor investido na caderneta de poupança	Montante após um mês de aplicação
jan.	2.100,00	1 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 2.100,00-R\$ 210,00 = R\$ 1.890,00	R\$ 1.890,00	M=1.890.1,005= R\$1.899,45
fev.	1.899,45	2 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 1.689,45	R\$ 1.689,45	R\$ 1.697,90
mar.	1.697,45	3 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 1.487,45	R\$ 1.487,45	R\$ 1.494,89
abr.	1.494,89	4 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 1.279,89	R\$ 1.279,89	R\$ 1.286,30
Maio	1.286,30	5 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 1.076,30	R\$ 1.076,30	R\$ 1.081,68
jun.	1.081,68	6 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 871,68	R\$ 871,68	R\$ 876,04
Jul	876,04	7 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 666,04	R\$ 666,04	R\$ 669,37
ago.	669,37	8 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 459,37	R\$ 459,37	R\$ 461,67
set.	461,67	9 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 251,67	R\$ 251,67	R\$ 252,93
out.	252,93	10 <sup>a</sup>	210,00	R\$ 42,93	R\$ 42,63	

Observa-se que, nesse cenário, é possível lucrar R\$ 42,63. Comparando-se esse valor na data de 15 de janeiro:

$$\frac{42,63}{(1 + 0,005)^9} = VP \rightarrow VP = 40,76$$

Esse valor é muito menor do que o desconto obtido para o pagamento à vista em 15 de janeiro (R\$ 210,00). Sendo assim, tendo o valor para o pagamento integral, é mais vantajoso realizá-lo em 15 de janeiro, obtendo o desconto de 10%.

Fonte: Elaboração própria

Quadro 11: Resolução do item 2c, Opção 3

O proprietário do veículo possui o valor integral para o pagamento do IPVA em 15 de janeiro, mas decide efetuar o pagamento em 15 de outubro.

Nesse caso, ele poderá investir o valor e resgatar na data do pagamento. Considerando o rendimento da poupança constante e igual a 0,5% a.m., tem-se:

$$\text{Montante em 15 de outubro} — 2.100 \times (1 + 0,005)^9 = R\$ 2.196,41$$

Se o valor do IPVA não sofre nenhum acréscimo de juros de janeiro para outubro, a princípio, valeria o investimento na caderneta de poupança, tendo em vista que o valor a ser pago, em 15 de outubro, é de R\$ 2.100,00.

Entretanto, observa-se que, optando pelo pagamento em 15 de janeiro, o desconto obtido é de R\$ 210,00. O lucro, ao comparar os valores em 15 de outubro, resulta em: R\$ 2.196,41 – R\$ 2.100,00 = R\$ 96,41, que é menor do que R\$ 210,00, que é o desconto obtido no pagamento em janeiro.

Portanto, a melhor opção é efetuar a quitação integral do IPVA, com desconto de 10% em 15 de janeiro.

Fonte: Elaboração própria

## 7 Comentários

A partir da análise do artigo publicado no jornal *O Globo* (Cardoso, 2024), é possível explorar diferentes cenários para investigação, utilizando os Ambientes de Aprendizagem propostos por Skovsmose (2000).

Na atividade exploratória 1, de acordo com a Figura 4, utilizam-se dois ambientes de aprendizagem: referência à matemática pura, ambiente (1), e referência à vida real, ambiente (5). A referência à matemática pura está presente na necessidade de, a partir da observação do cálculo realizado na Figura 2, obter a taxa de juros embutida no pagamento parcelado por meio do desenvolvimento do cálculo direto, utilizando o eixo das setas, ou seja, a resolução direta de exercício.

Dessa forma, utiliza-se esse conhecimento na atividade exploratória 2; a referência à vida real, está associada ao contexto do pagamento do IPVA, ou seja, um elemento que faz parte do cotidiano de muitos alunos, tendo em vista que pais e/ou parentes possuem um automóvel e, consequentemente, pagam IPVA. Nesse sentido, podem ser exploradas outras situações, com diferentes valores para o IPVA, quantidades de parcelas diferentes e a escolha de diferentes estados para analisar a forma de pagamento do IPVA.

A exploração desse tipo de questão é importante para que o aluno possa compreender que não podem ser comparados valores em datas distintas, ou seja, que deve *transportar* os valores para uma mesma data e, somente após, realizar a comparação. Observa-se esse tipo de erro no Quadro 6, primeira resolução. O erro cometido no desenvolvimento do cálculo foi comparar o pagamento à vista com um pagamento único, somando as três parcelas de R\$ 300,00, três meses após, aplicando a fórmula dos juros compostos.

A atividade exploratória 2 aborda diferentes conceitos, como o uso da porcentagem na forma decimal, fator de desconto, tabela Fipe e valor do dinheiro no tempo. Todos esses conceitos foram explorados com referência à vida real nos ambientes (5) e (6) (ver Quadro 2). O item 2a tem como objetivo fazer com que o aluno possa calcular o valor do imposto a ser pago, tendo como referência as informações fornecidas no enunciado, as quais são dados reais. Vale a observação de que, no ensino de porcentagem, deve-se acostumar o aluno a usar a notação decimal, já que alguns exercícios podem ser resolvidos mais facilmente com essa notação (Nasser, 2012, p. 20). A utilização do fator de correção  $(1 + i)$  para aumento, ou  $(1 - i)$  para desconto, pode ser mais adequada no desenvolvimento do cálculo, além de servir para que o aluno se habitue a trabalhar com o fator, principalmente quando o problema envolver aumentos e/ou descontos sucessivos.

No item 2b, o grau de dificuldade é um pouco mais elevado. Utilizando o mesmo raciocínio de resolução exemplificado na Figura 2, incluindo o desenvolvimento algébrico e a redução de termos semelhantes, chega-se a um polinômio de grau 10. A solução aproximada para esse polinômio pode ser uma boa motivação para alunos de curso superior aplicarem as ferramentas aprendidas na disciplina de Métodos Numéricos ou Cálculo Numérico. Porém, esses procedimentos não são adequados para alunos do Ensino Médio.

Nesse nível de ensino, é possível utilizar a soma dos termos de uma Progressão Geométrica (PG) finita e um desenvolvimento algébrico para obter um polinômio que conduz ao resultado desejado. A resolução, nesse nível de ensino, pode ser desenvolvida por meio de recursos tecnológicos, como o Symbolab. Ressalta-se que, embora o desenvolvimento algébrico seja um pouco mais extenso, essa atividade evidencia uma aplicação prática da matemática.

Ao trabalhar com uma quantidade expressiva de parcelas, é crucial redobrar a atenção no desenvolvimento algébrico da expressão, de modo a não comprometer o resultado. No Quadro 6, mesmo considerando apenas três parcelas, já se identificam pequenos erros de cálculo (segunda resolução), e o uso inadequado de regra de três para se obter o resultado. Esse uso reflete um raciocínio de pagamento único, ou seja, a soma de valores em datas distintas (primeira e segunda resoluções) — um erro recorrente entre muitas pessoas. Portanto, aumentando o número de termos algébricos, cresce a possibilidade desses erros.

É fato que não é possível explorar continuamente atividades com desenvolvimentos

algébricos exaustivos. Todavia, é possível utilizá-las pontualmente, desde que sejam adequadas ao tempo de aula de cada turma, de modo a mostrar a aplicabilidade desse conceito matemático no cotidiano do aluno.

A comparação do dinheiro em datas distintas e o processo de tomada de decisão são explorados no item 2c. Nesse item, inicialmente, o proprietário do veículo, tendo o valor integral, pode optar rapidamente pelo pagamento à vista, sem considerar as diferentes formas de efetuar esse pagamento. Essa decisão, de acordo com o descrito no Quadro 2, está associada ao Sistema I de Kahneman, baseado nas heurísticas de Representatividade e/ou de Disponibilidade (Quadro 4), por se apoiar em experiências anteriores ou por meio de conhecimento adquirido previamente. Como destacado anteriormente, a princípio, pagar à vista é vantajoso, desde que se tenha a quantia disponível, sem que o seu uso comprometa a estabilidade financeira individual ou familiar e que seja oferecido um desconto.

Há ainda outras formas de pagamento a serem consideradas nesse item, especialmente relevantes para o proprietário que dispõe do valor necessário para o pagamento integral do IPVA. Como essas situações exigem maior atenção e concentração, a decisão é tomada por meio da comparação entre as diversas alternativas disponíveis. Nesse contexto, é o Sistema II (Quadro 2) que se encarrega de conduzir uma análise mais aprofundada.

Apesar de o cálculo matemático ter sido realizado, ele não foi suficiente para alcançar uma conclusão definitiva. Foi necessário analisar a variação do valor do dinheiro ao longo do tempo, trazendo os montantes para a mesma data. Apenas a partir dessa etapa foi possível determinar a melhor opção e, com isso, decidir pela condição mais vantajosa.

## 8 Considerações finais

A proposta das atividades exploratórias sugeridas neste artigo é criar um ambiente de investigação para despertar, no aluno, o senso crítico diante de situações financeiras, fundamentando, assim, uma Educação Financeira Crítica. Essa ideia é corroborada por Teitelbaum (2011), ao afirmar que é necessário estabelecer conexões entre as práticas educacionais e os elementos sociais, de modo a ampliar as compreensões críticas na busca por transformações sociais e pessoais.

Nesse sentido, a utilização dos ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000, 2015) aponta para uma aprendizagem que confere significado ao conteúdo matemático estudado, possibilitando a apropriação de situações reais, semirreais ou simplesmente atividades de resolução direta (matemática pura).

Essa utilização se torna interessante uma vez que não há apenas uma situação a ser analisada ou um único caminho para a resolução, mas diferentes formas a serem exploradas. Nesse contexto, os professores devem estar atentos para conduzir e auxiliar os alunos na busca da melhor solução.

Observa-se que, a partir do artigo do jornal *O Globo*, foi possível, além do cálculo direto utilizando diferentes conceitos matemáticos, criar situações semirreais, como a possibilidade de um proprietário poder decidir em qual estado ele poderia emplacar o seu veículo novo, por não haver uniformidade na cobrança desse imposto. Cada estado é autônomo para decidir a taxa de desconto para o pagamento à vista ou em quantas parcelas poderá o proprietário efetuar o parcelamento. Somente essa situação já permite uma série de comparações.

Considerando a EFC, a tomada de decisão pode ser abordada em etapas sucessivas como: posso realizar esta compra sem comprometer minha estabilidade financeira? Tenho o dinheiro disponível, mas realmente preciso adquirir este item? Qual é a melhor forma de pagamento: à vista, aproveitando o desconto, ou parcelado?

Essas situações podem ativar os Sistemas I e II, propostos por Kahneman (2012). O Sistema I é estimulado a oferecer uma resposta inicial imediata. Entretanto, com o acréscimo de novas variáveis que tornam a análise mais complexa, o Sistema II é acionado para realizar comparações entre as alternativas, permitindo a tomada da melhor decisão.

Desenvolver atividades que direcionem os alunos a pensar nessa direção não é um processo fácil ou rápido. Demanda tempo e planejamento do professor, considerando as especificidades de cada turma. Contudo, acredita-se que esse trabalho é necessário para formar cidadãos capazes de se organizar financeiramente, sanar eventuais dívidas, poupar ou investir determinadas quantias e, com base no conhecimento adquirido por meio de experiências bem-sucedidas, tomar decisões mais assertivas.

### **Nota**

A revisão textual (correções gramatical, sintática e ortográfica) deste artigo foi custeada com verba da *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais* (Fapemig), pelo auxílio concedido no contexto da Chamada 8/2023.

### **Referências**

BRASIL. Presidência da República. *Decreto n. 7.397, de 22 de dezembro de 2010*. Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Brasília: Diário Oficial da União, 23 dez. 2010.

BRASIL. Presidência da República. *Decreto n. 10.393, de 9 de junho de 2020*. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira – FBEF. Brasília: Diário Oficial da União, 10 jun. 2020.

CARDOSO, Letycia. *Quando vale a pena pagar o IPTU e IPVA à vista?*. O Globo, Rio de Janeiro, 7 jan. 2024.

KAHNEMAN, Daniel. *Rápido e devagar: duas formas de pensar*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2012.

MARIM, Vlademir; SILVA, Maxwell Gomes. Educação Financeira: abordagem nos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio. *Educação Matemática Debate*, v. 4, n. 10, p. 1-26, 2020. <https://doi.org/10.24116/emd.e202005>

MUNIZ, Ivail Junior. *Econs ou Humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar*. 2016a. 416f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

NASSER, Lilian (Coord). *Matemática Financeira para a escola básica: uma abordagem prática e visual*. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2012.

NASSER, Lilian, TORRACA, Marcelo e SOUSA, Geneci. Educação Financeira na Formação de Professores. *Educação Matemática em Foco*, v. 2, n. 2, p. 37-52, 2014.

NAVARRO, Gabriela Ferreira Gonçalves; SILVA, Jhone Caldeira. Uma abordagem da Educação Financeira associada à prática docente na 3<sup>a</sup> série do Ensino Médio. *Educação Matemática Debate*, v. 7, n. 13, p. 1-21, 2023. <https://doi.org/10.46551/emd.v7n13a24>

OCDE — Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. *Recommendation on principles and good practices for Financial Education and awareness*. Paris:

OECD/Directorate for Financial and Enterprise Affairs, jul. 2005.

PUCCINI, Ernesto Coutinho. *Matemática financeira e análise de investimentos*. Florianópolis: UFSC, 2011.

SIMON, Herbet; DANTZIG, George; HOGARTH, Robin; PLOTT, Charles; RAIFFA, Howard; SCHELLING, Thomas; SHEPSLE, Kenneth; THALER, Richard; TVERSKY, Amos; WINTER, Sidney. Decision making and problem solving. *Interfaces*, v. 17, n. 5, p. 11-31, 1987. <https://doi.org/10.1287/inte.17.5.11>

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. *Bolema*, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à educação matemática crítica*. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2015.

TEITELBAUM, Kenneth. Recuperando a memória coletiva: os passados da Educação Crítica. In: APPLE, Michael; AU, Wayne; GANDIN, Luís. (Org.). *Educação crítica: análise internacional*. Tradução de Vinícius Ferreira. Porto Alegre: Artmed, 2011, 349-364.

TORRES, Jorge Batista. *Educação Financeira Crítica na formação de licenciandos do curso de Pedagogia da Unirio*. 2022. 63f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

ZENTGRAF, Roberto. *Dinheiro em Caixa* [Coluna publicada às segundas feiras no jornal *O Globo*], 2009.