

La triada configuración-interacción-emergencia: una mirada compleja a los procesos de aprendizaje en el aula de Matemáticas

Resumen: El aula de Matemáticas es altamente compleja, organizada en múltiples niveles y con múltiples limitaciones. Dados los retos metodológicos para su investigación, este artículo propone a la triada *configuración-interacción-emergencia* como una aproximación compleja, sistémica y dinámica al aula. Sus bases teóricas están en las investigaciones de los procesos colectivos permeados por los estudios sobre la cognición humana de Maturana y Varela (1984). Esta investigación cualitativa identificó producciones textuales relacionadas con aspectos de la triada en dos experiencias de aprendizaje: (1) un taller sobre incertidumbre educativa con docentes de Matemáticas y (2) un estudio con estudiantes, de noveno y décimo grados, estudiando el péndulo doble. Los resultados mostraron a la triada como una categoría de análisis que favorece una aproximación sistémica del aula. Concluimos que la triada permite focalizar una mirada que no separa, sino que comprende el carácter sistémico y evolutivo de los procesos de aprendizaje en el aula de Matemáticas.

Palabras clave: Aula de Matemáticas. Aprendizaje Colectivo. Complejidad. Emergencia. Interacción.

The configuration-interaction-emergence triad: a complex look at learning processes in the Mathematics classroom

Abstract: The Mathematics classroom is highly complex. It is organized at multiple levels and constraints. Given the methodological challenges of its research, this article proposes the configuration-interaction-emergence triad as a complex, systemic and dynamic approach to the classroom. Its theoretical bases lay down in the investigations of the collective processes permeated by Maturana and Varela's (1984) studies on human cognition. This qualitative research identified textual productions related to aspects of the triad in two learning experiences: (1) a workshop on educational uncertainty with mathematics teachers and (2) a study with students, in ninth and tenth grades, studying the double pendulum. The results showed the triad as a category of analysis that favors a systemic view of the classroom. We conclude that the triad allows us to focus on a gaze that does not separate but rather understands the systemic and evolutionary nature of the learning processes in the Mathematics classroom.

Keywords: Mathematics Classroom. Collective Learning. Complexity. Emergence. Interaction.

A tríade configuração-interação-emergência: um olhar complexo sobre os processos de aprendizagem na sala de aula de Matemática

Jesús Enrique Hernández-Zavaleta

Doctor en Matemática Educativa.
Posdoctoral Asociado en la Escuela de Educación Werklund en la Universidad de Calgary.
Calgary, Alberta, Canadá.

 orcid.org/0000-0003-2937-1932

✉ jesusenrique.hernand@ucalgary.ca

Eduardo Andrés Carrasco Henríquez

Doctor en Matemática Educativa.
Director del Departamento de Educación Básica y Coordinador del programa de Maestría en Didácticas Integradas para la Educación Básica de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
Santiago, Chile.

 orcid.org/0000-0002-9175-294X

✉ eduardo.carrasco@umce.cl

Vicente Carrión Velázquez

Doctor en Matemática Educativa.
Profesor en la Universidad Pedagógica Nacional, Ajusco, Ciudad de México, México.

 orcid.org/0000-0001-6497-3010

✉ vcarrion@upn.mx

Recibido en: 31/03/2022

Aceptado en: 01/08/2022

Publicado en: 03/08/2022

Resumo: A sala de aula de Matemática é altamente complexa, organizada em vários níveis e com várias restrições. Diante dos desafios metodológicos para sua pesquisa, este artigo propõe a tríade configuração-interação-emergência como uma abordagem complexa, sistêmica e dinâmica para a sala de aula. Suas bases teóricas estão nas investigações dos processos coletivos permeados pelos estudos sobre a cognição humana de Maturana e Varela (1984). Esta pesquisa qualitativa identificou produções textuais relacionadas a aspectos da tríade em duas experiências de aprendizagem: (1) uma oficina sobre incerteza educacional com professores de Matemática e (2) um estudo com alunos, do nono e décimo ano, estudando o pêndulo duplo. Os resultados apontaram a tríade como categoria de análise que favorece uma visão sistêmica da sala de aula. Concluímos que a tríade nos permite focalizar um olhar que não separa, mas que compreende a natureza sistêmica e evolutiva dos processos de aprendizagem na sala de aula de Matemática.

Palavras-chave: Aula de Matemática. Aprendizagem Coletiva. Complexidade. Emergência. Interação.

1 Introducción

Desde hace tiempo se ha venido hablando de una sociedad de la incertidumbre (BAUMAN, 2013; CARRASCO *et al.*, 2020), la cual se hizo más explícita por los desafíos que ha traído la pandemia de la Covid-19. Los procesos de enseñanza están desafiados a incorporar lo incierto y lo dinámico como parte de los aprendizajes que se esperan promover. En términos de Morin (1995) y Câmara *et al.* (2014), las escuelas necesitan evolucionar en un espacio para que una persona desarrolle entendimientos en un cambio continuo y en el que se concientice que todo conocimiento está amenazado por el error y la ilusión y construido dentro de un bucle simbólico de intelecto y emoción. Ahora es el momento de diseñar y estudiar intervenciones que desde la escuela empoderen a la comunidad educativa en procesos transformadores complejos a nivel colectivo, considerando la diversidad de la población escolar y los factores que concurren en el aula.

Como elementos centrales de estas intervenciones, Carrasco *et al.* (2020) propusieron un nuevo significado para las nociones de aprendizaje. Estas nociones se entienden como un rizoma conceptual entre una variedad de acciones humanas. Este grupo de investigación considera que el aprendizaje es experiencia y, por tanto, será producción, acción y un proceso social que se vive en el aula. También es un proceso cognitivo de un estudiante que usa el lenguaje para sí y para otros desarrollando estrategias y procesos de información. Esta visión sugiere que el aprendizaje, desde un punto de vista sistémico, se encuentra en desarrollo continuo en lugar de un binario de correcto/incorrecto o presente/ausente en un momento dado (GRAY *et al.*, 2019). Bajo esta visión la noción de aula extendida de Cantoral (2016) cobra un nuevo sentido en cuanto a que supera el espacio físico y entra el mundo digital, abriendo paso a las diversas

comunidades digitales que conforman los estudiantes y el docente.

Así los procesos de aprendizaje son siempre colectivos y cada *aula* se constituye en el encuentro y en las interacciones del grupo de estudiantes y cuerpo docente. Entonces, el aula es altamente compleja con actividades organizadas en múltiples niveles y en presencia de múltiples limitaciones (limitaciones de tiempo, disciplina, evaluación, energía y espacio; así como la relevancia del plan de estudios). Esta realidad es un enorme desafío para los docentes (OLIVEIRA *et al.*, 2021; SILVA y ESQUINCALHA, 2021; SCHWARZ *et al.*, 2018). Una noción que ejemplifica esta complejidad del aula es la orquestación (DILLENBOURG, 2013; SCHWARZ *et al.*, 2018). Este enfoque presenta una lista de principios de diseño de orquestación sugiriendo que el docente tiene el control de lo que sucede en el aula y la visibilidad. El éxito en esta empresa depende de que los docentes conecten sus intervenciones con el progreso de las ideas de todo el grupo.

En síntesis, el aprendizaje que construyen los estudiantes, al vivir procesos educativos, siempre está en constante cambio, es complejo y es de carácter social. Luego, aproximarnos al entendimiento de cómo aprenden requiere una aproximación que busque dar cuenta de su devenir y evolución. Así el presente artículo propone una aproximación compleja, sistémica y dinámica a los procesos de aprendizaje en el aula de Matemáticas. La cual se conforma en la triada *configuración-interacción-emergencia*. Esta triada es compleja en cuanto permite mantener una mirada abierta a las novedades del proceso educativo. Novedades que exceden muchas veces lo proyectado o lo presupuestado por modelos teóricos. Es sistémica, en tanto reconoce al aula como un sistema de interacciones sociales, a las que concurren los estudiantes y el docente en procesos de colaboración para aprender. Es dinámica, en cuanto busca comprender el aula en su devenir, y poder valorar cómo las configuraciones didácticas, que orientan un proceso educativo, han de estar abiertas a lo “nuevo”. En particular, se mostrará la pertinencia de la triada para caracterizar dos experiencias de aprendizaje: una con docentes de Matemáticas en el contexto de un taller, en el cual se trabajó la incertidumbre en la acción educativa; y la segunda, con estudiantes de entre noveno y décimo grados que abordaron el estudio de lo incierto en el movimiento de un péndulo doble.

2 Antecedentes

Las ideas plasmadas en este escrito tienen su origen en el grupo de discusión en torno a la complejidad en Educación Matemática de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (CARRASCO *et al.* 2017; CARRASCO *et al.*, 2016). Este grupo

nace, ante el surgimiento de marcos y modos, para abordar lo complejo en nuestra disciplina. El grupo busca distinguir y enriquecer marcos teóricos que concurren a interpretar o explicar lo matemático educativo, avanzando hacia una reflexión sobre la integración de miradas complejas. En los siguientes párrafos se describirán algunas de las discusiones cruciales que ayudaron a la conformación de la triada configuración-interacción-emergencia.

Un primer elemento identificado para sostener una aproximación compleja en la Educación Matemática refiere a los procesos *colectivos de interacción y cooperación*, que desde reglas, muchas veces simples, son capaces de generar comportamientos complejos (AXELROD y HAMILTON, 1981; JACOBSON y WILENSKY, 2009; WOLFRAM, 2020). Por ejemplo, el ciclo de vida de los acrasiomicetes, en Biología, muestra que organismos unicelulares son capaces de comportamientos complejos al agregarse para dar lugar a un nivel de organización superior (MATURANA y VARELA, 1984; RESNICK, 2001). Este cambio paradigmático a la mirada educativa lleva a comprender a la interacción, en un marco de cooperación entre individuos. Sin embargo, dicha interacción permite la emergencia de patrones y comportamientos que superan la concurrencia de individualidades. Desde un punto de vista complejo, este tipo de comportamientos pueden ser observados desde niveles celulares, que constituyen a lo vivo, hasta la emergencia de colectivos sociales (DORIGO *et al.*, 2008; MITCHEL, 2009; PENROSE, 2019).

Un segundo elemento, que concurre en la discusión, es *el acto de conocer*. En esta perspectiva dinámica, centrada en la interacción, Varela, Thompson y Rosh (2017) reconocen el acto cognitivo, desde la idea de una red de neuronas que colaboran entre ellas, comunicándose, y adaptando sus estados de activación a los estímulos que reciben de las neuronas vecinas. Esta red, coopera sin necesidad del contexto externo, por eso cuando se duerme, lo soñado no se diferencia de la realidad; sin embargo, al decir de Maturana y Varela (1984), esta red, junto con la corporalidad, es impactada por aquello que se vive, es una perturbación que podría llegar a poner en crisis a todo; como cuando nos encontramos con un amigo que no se veía desde la infancia y nuestra mente busca identificarle.

Cuando entramos al proceso de reconocer a este viejo amigo, vivimos procesos de adaptación de la red neuronal que busca un estado de equilibrio en las nuevas condiciones, desde tratar de reconocer su rostro (o puntos claves) hasta solicitar más datos

o recuerdos conjuntos a dicha persona. Cuando emerge un estado de equilibrio, que sobreviene al reconocimiento diciendo “¡aaah María! Cuántos recuerdos”. Esta perspectiva se aleja de la visión representacionista. El mundo no se representa, sino que se construye en la adaptación de nuestra mente a aquello que nos toca vivir.

Un tercer elemento, es *lo incierto* como un elemento cada vez más presente en los fenómenos que se viven, tanto a nivel cotidiano, como en procesos sociales globales. Esto se vivió con la pandemia Covid-19, que lanzó al sistema educativo a una situación completamente nueva. Educar sin el aula física y sin el estudiante presencial. En un modo más cercano, todo docente comprende que, en la novedad, el hecho fortuito siempre está presente en el trabajo con el estudiantado. Así lo incierto, tanto en el diario vivir de la clase, como en la sociedad actual es un elemento propio de la actividad humana y en particular de la labor de enseñanza (CARRASCO *et al.*, 2020). Luego un aula, va conformándose en un espacio vivo conformado dinámicas complejas dadas por el sujeto que conoce en imbricación con los otros. Así lo que sucede en el aula, producto de las interacciones, es una evolución compleja e incierta.

Se concluye entonces que indagar en la construcción del saber del estudiantado implica superar la causalidad lineal entre lo que se enseña y aquello que se aprende. Avanzando a una aproximación compleja que busca comprender lo educativo desde el lazo recíproco complejo entre quien enseña y quien aprende, ligados de manera inter-retroactiva. Es decir, centrar la atención educativa en la cooperación y convivencia en que se involucra quien aprende (CARRASCO *et al.*, 2016).

Posteriormente, las discusiones del grupo reconocieron *lo colectivo de los espacios escolares*. El aula de Matemáticas entendida como el grupo humano conformado por el docente y por cada uno de los estudiantes que se reúnen para aprender. A su vez, el aula es un subsistema de la escuela, que incorpora al cuerpo docente, estudiantes, padres y apoderados. Así la misma escuela es subsistema del sistema educativo nacional, que se constituye en una cultura y tiempo específicos. Entonces el aprendizaje no puede sólo apreciarse en la individualidad del sujeto, sino también en el aprendizaje de colectivos a distintas escalas organizativas, incluyendo sociedades, culturas e inclusive especies que cambian (evolucionan) en una escala de tiempo de cientos, miles o millones de años. Por ejemplo, los estudios de Preciado-Babb (2011) y Preciado-Babb, Metz y Marcotte (2015) analizan, en colectivos de trabajo docente, cómo los papeles y las posiciones de los integrantes son dinámicas, emergentes y evolucionan durante la

interacción, en procesos que se influncian mutuamente. En este marco se puede reconocer un conocimiento distribuido en el grupo que permite mejores desempeños en la acción cooperativa, más que en un conocimiento homogéneo de sus integrantes (CARRASCO *et al.*, 2017).

La complejidad orientada a lo educativo nos conforma una mirada, en la cual no se puede separar al aprendiz, y/o a quien enseña, de aquello a lo que pertenecen (curso, escuela, sociedad, familia entre otros espacios). Así, el aula de Matemáticas, foco de las discusiones, se transforma en un espacio en el que las acciones, y retroacciones, entre quienes la viven, activen procesos emergentes produciendo ideas sobre aquello que se quiere conocer. Luego el aula, como colectivo, se configura en un espacio de encuentro, de interacciones, en la cual se constituyen procesos de construcción de consensos.

Así en nuestro grupo surgen preguntas entre las que destacan, ¿cómo determinar reglas que promuevan en el aula dinámicas complejas favorecedoras de los aprendizajes prescritos?, ¿cómo buscar dichas reglas?, ¿cómo y qué aprende un colectivo que vive procesos educativos? Preguntas que más que ser respondidas han sido desafíos para la investigación.

Se concluye, en el devenir del grupo, que *la necesidad de mirar de modo complejo los procesos educativos de la Matemática implica comprender el aprendizaje desde la vivencia de los estudiantes y el cuerpo docente en colectivo*. Así, la experiencia educativa, a la cual se invita a los estudiantes, se construye desde diversas reglas que esperan promover dinámicas complejas de aprendizaje. Esta aproximación compleja parte de un conjunto de reglas de interacción, con el material y con los otros (trabajo en equipo, momentos individuales, preguntas aceptadas, entre otros) que va constituyendo una propuesta de configuración de dinámicas, intrínsecas a cada individuo, que busca focalizar en las acciones posibles que realiza un estudiante o el docente para intervenir en su entorno, para entenderlo y/o explicarlo. A partir de ello, se dan interacciones en el colectivo, que surgen y transforman la estructura social del mismo, conformando nuevas agrupaciones que logran una respuesta emergente ante situaciones que individualmente no siempre se pueden resolver. Partiendo de ello emergen aprendizajes individuales y colectivos. Esto constituye la triada configuración-interacción-emergencia, la cual se posiciona como una forma de mirar sistémicamente las dimensiones imbricadas en este fenómeno.

3 La triada configuración, interacción y emergencia en el aula viva

Muchas investigaciones se han referido al aula de Matemáticas como un sistema dinámico y complejo que se conforma en el encuentro de diversos componentes con los cuales se interactúa (RADFORD, 2016a, 2016b). Esta aula dinámica se constituye en un encuentro de personas con el propósito de aprender. Es un encuentro social, en el cual se construyen dinámicas diversas entre los integrantes. Dinámicas en las cuales, no solo concurren los actores, sino que también los mundos que cada uno de ellos enacta para vivir de mejor modo el espacio del aula. Sin embargo, las configuraciones de las aulas de clases de Matemáticas conservan una tradición en la transmisión de conocimiento que reduce al estudiante a un receptor pasivo (DAVIS y SUMMARA, 2006).

La visión del *aula viva* que proponemos contrasta con las configuraciones clásicas del aula de Matemáticas. Consideramos que el aula viva es un sistema dinámico permeado por interacciones horizontales consensuadas entre los estudiantes y el cuerpo docente. Estas interacciones se configuran por las vivencias e intereses de los actores en este espacio educativo. Sin embargo, no pretendemos que esta aula viva se olvide de las estructuras subyacentes al sistema escolar actual, sino que las reconfigure en un espacio flexible, en el que se consideren las vivencias que cada individuo trae al salón de clases, como una forma de aportar a la construcción de saberes colectivos. De esta forma, el aula viva se propone como un espacio con una estructura suficientemente flexible y dinámica.

La estructura del aula viva considera tres elementos fundamentales, que a la vez que sirven como una forma de organizarla, también sirven como una metodología para su investigación. La triada configuración-interacción-emergencia dota al aula viva de sentido dinámico, considera la aparición de incertidumbres en las interacciones como parte crucial de la construcción de saberes (por ejemplo, las preguntas que hacen los estudiantes y no están esperadas por el guion de la actividad propuesta). Estas incertidumbres generan perturbaciones en la configuración inicial de diferentes órdenes de magnitud, es decir, algunas de estas perturbaciones serán imperceptibles y pronto se regresa al cauce de la configuración inicial, mientras que otras incentivarán cambios profundos que llevarán a una configuración totalmente distinta a la propuesta inicialmente. En los siguientes párrafos profundizaremos en estas ideas al describir cada elemento de la triada.

4 Configuración

La configuración que sugerimos se apega en lo que algunos investigadores han denominado “la aleatoriedad organizada” de un sistema complejo (DAVIS y SIMMT,

2003; HURFORD, 2010; RESNICK, 2001). Este término se refiere al delicado equilibrio entre “suficiente organización para orientar las acciones de los agentes y suficiente aleatoriedad para permitir una respuesta flexible y variada” (DAVIS y SIMMT, 2003, p. 155), que un sistema complejo debe mantener. Este equilibrio está relacionado con las condiciones que deben refinarse y negociarse mientras se lleva a cabo una actividad en el aula. Las restricciones habilitadoras en una actividad áulica proporcionan organización y control de manera confiable; sin embargo, siempre surgen preguntas e intereses de los estudiantes que no se encuentran en los entornos de actividades anteriores. De esta forma tenemos dos dimensiones de la configuración, la primera establecida por los objetivos de formación y evaluación institucionales, y la segunda, es la natural dada por las vivencias que los individuos traen al aula.

La configuración establecida por los objetivos de formación y evaluación institucionales se refiere al trabajo del docente en la planeación y determinación de diseños didácticos, basados en los planes y programas de estudio. Estos diseños imponen restricciones habilitadoras a la actividad en el aula, en términos de qué y cómo se enseña; y cómo damos cuenta de un aprendizaje efectivo. Nuestra perspectiva de configuración sugiere que estos diseños deben estar sujetos a una revisión permanente, es decir, el diseño debe ser suficientemente flexible para dar cabida a modificaciones inmediatas, en el momento de la aplicación y modificaciones a largo plazo que permitan cambios dependiendo de las necesidades de cada aula.

Cada aula constituye una configuración natural en cuanto a la concurrencia de las vivencias que aportan los estudiantes y la materialidad del espacio de encuentro. De esta forma es un espacio que se configura en el encuentro de aquello que conoce cada uno de los integrantes, en su calidad de individuos con una historia propia, también en su calidad de sujetos sociales que comparten una cultura y un lenguaje. Aunado a esto, el lenguaje propio de los diseños de aprendizaje se vuelve común en el aula. Así la configuración natural conformada por una red intrincada de vivencias, cultura y lenguaje se transforma en una configuración colectiva que dota de dinamismo y vida al aula.

En resumen, la configuración de un aula viva parte en el encuentro de un grupo humano que concurre con el objetivo común (aun cuando sea impuesto por el currículo) de aprender algo. Luego en ese encuentro se conforma un sistema a partir de las interacciones y dinámicas entre quienes concurren a ese espacio. Es un espacio que se configura en el encuentro de aquello que conoce cada uno de los integrantes, en su calidad

de individuos con una historia propia, también en su calidad de sujetos sociales que comparten una cultura. Así el acto educativo o la acción del docente se centra en determinar restricciones habilitadoras, suficientemente flexibles para organizar el aula, y que permite cambios adaptativos a las necesidades y acciones de estudiantes y docentes en el acto de aprender.

5 Interacción

La interacción, como categoría propuesta, reconoce que el aula, lanza al estudiante, en su calidad de individuo, a procesos de interacción que le producen cambios de estados. Así la interacción compleja que vive cada individuo en el aula (estudiante o docente), está dada por sus estructuras internas, cognitivas, corporales y emocionales. Estas estructuras, según Holland (2004), son utilizadas por los individuos (agentes) para explorar y prever alternativas de acción.

Estas estructuras internas son dinámicas, es decir, se encuentran en permanente cambio, debido a las perturbaciones del ambiente, lo que permite al sujeto adaptarse. Estas perturbaciones provienen del intercambio de ideas con otros individuos, con las tareas propuestas y situaciones no previstas. Ejemplos de estas perturbaciones pueden ser las preguntas que hace el docente o los estudiantes.

En un vistazo al aula, entonces, vemos que cada estudiante en su calidad de individuo interactúa con quienes tiene cerca en un momento específico (sus *vecinos*), conformando procesos de interacción que le llevan a construir acciones consensuadas, en torno a aquello que vive con los otros. De este modo el grupo/cursó genera acciones coordinadas, que le permiten como colectivo responder y adaptarse a los desafíos escolares. De esta forma cada individuo, en sus interacciones con los otros, contribuye a un proceso adaptativo que vive la clase y que lleva a la conformación de ideas colectivas, acordes con las restricciones presentadas por la propuesta didáctica que implementa el docente.

Si bien la interacción entre los sujetos se da por diversos canales -gestuales, corporales, visuales-, el lenguaje ocupa un rol central, toda vez que se necesitan medios para comunicar las ideas (SAWYER, 2005). De acuerdo con Davis y Simmt (2003) estos medios “son las ideas, metáforas y palabras de los estudiantes que están hechas para interactuar entre sí” (p. 156); por tanto, el lenguaje se constituye en el medio central para la interacción en el aula. Por una parte, tenemos el lenguaje cotidiano que se comparte

por ser parte de una cultura y geografía específicas (para alguien de Chile la expresión “aguas, aguas, aguas”, lo conmina a buscar el agua en el suelo y esquivarla, mientras que, para un ciudadano de ciudad de México, es una alerta de peligro); por otra, el lenguaje matemático puesto en el aula, respondiendo a las intenciones didácticas que el docente establece. De esta forma la comunicación durante las interacciones se constituye mediante una hibridación entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje matemático.

Esta hibridación del lenguaje cotidiano y el matemático, no son solo transmisiones de mensajes lingüísticos, sino que conforman la puesta en común de los significados construidos, tanto en la historia de vida de cada individuo, como en la clase que viven. Así las interacciones entre los individuos en el aula se constituyen en el compartir de las vivencias y experiencias que favorecen la construcción de un sentido de pertenencia al grupo y/o al conjunto de categorías, tales como tener un estatus y un rol en el aula (El estudioso, el líder natural del curso, el que hace reír, entre otras) (SÁNCHEZ SALCEDO, 2008). Es por tanto un proceso sobre el cual, como colectivo, emergen comportamientos articulados para dar respuesta a los desafíos enfrentados en el aula.

6 Emergencia

La emergencia *es un proceso* en el cual el comportamiento colectivo de un sistema resulta de las interacciones a nivel individual, es decir, la emergencia se conforma del proceso en el que las ideas matemáticas, a nivel individual, son adoptadas y transformadas por otros. De esta forma se construyen *entendimientos compartidos* por el colectivo que trascienden la individualidad (TOWERS y MARTIN, 2015; SAWYER, 2005).

Estos entendimientos compartidos son dinámicos, es decir, son transformados temporalmente por las interacciones en el corto plazo y son regulados por la aparición de *ideas estables* en el largo plazo. Estas ideas estables se refieren a la aparición de patrones de acción y de conocimiento que permiten establecer maneras de vivir y convivir en el aula de Matemáticas. La emergencia desde nuestra perspectiva se refiere a la creación de un espacio en el que la discusión de ideas matemáticas sea incluyente y disfrutable.

De esta forma este *nuevo* espacio es una imagen de las ideas y acciones colectivas consensuadas. Es aquí donde los individuos transforman su relación con las Matemáticas, trastocada por las ideas y acciones de los otros. Esta transformación no sería posible sin la adaptación del colectivo ante los retos planteados por la configuración inicial del aula, es decir, es en este espacio en el que se distinguen patrones de acción y conocimiento.

Esta acción permeada por el acto de compartir con los otros da pie a la construcción de conocimientos conjuntos, que permiten al colectivo actuar sobre los cuestionamientos que enfrentan.

Nuestra perspectiva de emergencia se contrapone a las perspectivas centradas en el docente y en el estudiante. En su lugar es una invitación a cambiar la dinámica del aula en favor de una relación estudiante/docente horizontal. Esta relación pone énfasis en un control distribuido y descentrado en el grupo en el que se permite la autoorganización de los estudiantes en torno a la configuración inicial propuesta. Esta autoorganización favorece la creación de consensos que dan pie a estados estables temporales, reflejados en las formas de hacer y actuar ante la situación que el colectivo enfrenta.

En síntesis, la triada configuración-interacción-emergencia no actúa separadamente. En contraste, cada elemento de la triada afecta y es afectado por los restantes. Así la configuración tiene la doble función de estructurar las interacciones en el aula, a su vez abre posibilidades de acción que promueven la emergencia de aprendizajes colectivos. Para que estos aprendizajes emerjan, los individuos son transformados por las interacciones con los otros, es decir, el aprendizaje colectivo es una transformación del sistema a nivel tanto individual como global. En las siguientes secciones mostraremos mediante dos experiencias las diferentes formas en las que esta triada es reflejada en el aula.

7 Situaciones experimentales analizadas

Se asume un enfoque metodológico cualitativo, en cuanto se busca el rol que la triada configuración-interacción-emergencia tiene para comprender e intervenir los espacios de aprendizaje (VASILACHIS DE GIALDINO, 2006). En particular, y a modo de estudio de caso, se exploran momentos claves de dos situaciones experimentales implementadas por el equipo:

- a) La primera situación se refiere a un taller de maestros de Primaria en el marco de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa 35. El grupo se constituyó naturalmente con doce docentes que seleccionaron el taller. El trabajo se estructuró en dos sesiones con el objetivo de reflexionar sobre cómo la incertidumbre en el aula de Matemáticas impacta en el significado de “aprendizaje”. Situación no publicada antes y que se recupera para este escrito.
- b) La segunda situación, un taller experimental en el marco de una investigación

doctoral (HERNÁNDEZ ZAVALA, 2019) en la que se propone el estudio del péndulo doble (Figura 1). El grupo se constituyó por 16 estudiantes de noveno y décimo grados en una escuela de la Ciudad de México, asistieron al taller de manera voluntaria. La tarea fue analizar, en equipos de 4 integrantes, el movimiento de la barra superior del péndulo doble, mientras se cambiaban las longitudes y pesos de la barra inferior. El objetivo de este estudio fue indagar las prácticas socio-epistemológicas que los estudiantes ejecutaban cuando se enfrentaban a un fenómeno de movimiento en donde la predicción se dificulta.

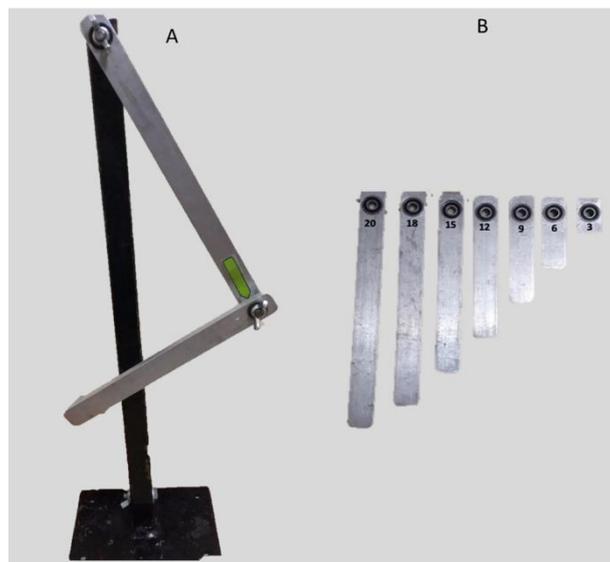


Figura 1: (A) Péndulo doble manipulable y (B) barras inferiores intercambiables

En ambas situaciones los datos se recopilaban con grabaciones de video y audio, notas de campo y producciones de los participantes. El análisis de los datos se realizó a través del análisis de contenido, que al decir de Bardin (1991), se constituye en procesos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido de las textualidades, permitiendo la inferencia de conocimientos. Mediante codificaciones abiertas y comparación constante (HERNÁNDEZ, FERNÁNDEZ y BAPTISTA, 2014) se identifican agrupaciones de producción textual relacionadas con aspectos de configuración, interacción o emergencia. Ambas investigaciones proveen entonces un conjunto de situaciones clave.

En la sección de análisis y resultados se describe cada situación clave de las investigaciones, para posteriormente caracterizar el rol que los diversos elementos de la triada configuración-interacción-emergencia tiene en la comprensión de los procesos de construcción de conocimiento, que se viven por parte de los participantes en cada situación.

8 Análisis y resultados

8.1 Taller para docentes: Aprendizaje e incertidumbre

El taller constó de dos sesiones. La primera, centrada en la discusión crítica sobre las nociones de incertidumbre y su impacto en la concepción de aprendizaje. A partir de una presentación que mostró los cambios de comportamiento del péndulo doble (Figura 1), se buscó generar una discusión crítica sobre la noción de incertidumbre. La segunda sesión presentó una perspectiva enactivista sobre el acto de conocer para provocar la reflexión crítica sobre la noción de aprender y su resignificación a la luz de una sociedad de la incertidumbre y los desafíos que imponen a la enseñanza de la Matemática.

En este apartado pondremos atención en la primera sesión en particular, debido a los cambios que se generaron. Esta sesión, se desarrolló en la ciudad de Medellín, Colombia, el mismo día que Colombia jugaba el mundial de fútbol de 2018. El partido definió si Colombia clasificaba a la ronda siguiente. El partido se demoró y el inicio del taller coincidió con la tirada de penales. El grupo mayoritario de docentes participantes del taller eran colombianas, y en una configuración escolar clásica, estaban sentadas en la sala del taller y manteniendo bajo la mesa, varios celulares con la transmisión del partido de fútbol. De acuerdo con la estructura del taller, el tallerista se mantuvo al frente esperando presentar lo preparado, tensionado por la falta de atención, producto de los penaltis. En ese momento el tallerista cuestionó a las participantes, quienes comentaron su preocupación, respondiendo “es la definición del partido de fútbol”. Se interrumpió por tanto el taller y se proyectó en la pizarra la transmisión televisiva de los penales para que todo el grupo lo pudiera observar. Esta decisión surgió, no de una intencionalidad didáctica específica en el taller, sino ante la imposibilidad de obtener una adecuada participación de las docentes.

Al término de los penales, el tallerista (que hablaría de la incertidumbre) cuestionó al grupo sobre *lo incierto*, relacionado con lo visto y vivido al mirar los tiros penales.

Aquí comenzó una discusión sobre lo predecible e impredecible de los penaltis. Lo incierto, por tanto, comenzó a ser caracterizado en contraposición con lo cierto. Las docentes comenzaron a destacar aquellos elementos que concurren a la toma de decisión de quien lanza el penal. No solo revisaron aspectos físicos, sino también variables, como la condición emocional del jugador que lanza. Identificaron a quien falla el penal y sus causas. Se habló sobre los cambios en el estado emocional del jugador: “Nervios por no

estar acostumbrados a dicha instancia”, o incluso, aspectos físicos mínimos como “el anudar el cordón del zapato, puede cambiar la dirección de la pelota o”. Así la multiplicidad de posibles variaciones en el momento inicial del lanzamiento llevó al colectivo a reconocer la dificultad de predecir, de reconocer cómo pequeños cambios podrían generar cambios significativos en la trayectoria. Esto se puede interpretar como una metáfora sobre el efecto que tiene *la sensibilidad a las condiciones iniciales en un sistema dinámico caótico*. Lo incierto entonces, se relacionó con dicha metáfora.

Luego se retomó el taller preparado, sin embargo, en todo momento el grupo volvía a reconocer elementos de incertidumbre en el partido de fútbol. Finalmente, en la primera sesión se reflexionó sobre la ruptura que significa el partido de fútbol y cómo el equipo de investigadores se vio obligado a incorporar las vivencias de los participantes en el desarrollo del taller.

8.2 Aspectos destacados

La configuración planteada, por el equipo del taller, establece una estructura inicial expositiva y participativa en torno a la discusión de lo incierto en el péndulo doble. Una estructura clásica del aula que es perturbada por el partido de fútbol. Dicha perturbación obliga a suspender el desarrollo del taller y cambiar la configuración al proyectar los penales. El hecho de ser sudamericanos permite que todo el taller se sienta interesado en la nueva situación, partícipes de la tensión de los hinchas colombianos, o más bien sudamericanos. Se fortaleció una complicidad entre instructores y participantes.

El tallerista, al final de los penales, permitió la discusión sobre la relación de lo vivido con el fútbol y la noción de incertidumbre que quería plantear, abrió el debate incorporando lo vivido como un insumo para la reflexión. Se cambió la configuración inicial, que contemplaba al péndulo como estímulo y se retomó el trabajo de los penales. A partir de ello, las interacciones van explorando el rol de la incertidumbre en el proceso del lanzamiento de penales, y emerge, de dichas interacciones, la importancia de los cambios de todo tipo que se pueden generar al inicio del penal.

Cuando aceptamos que emerge la novedad en el aula, y aceptamos que entre a las interacciones podemos incorporar la complejidad del aula. Entonces, a partir de las interacciones, emerge un patrón y nos damos cuenta de aprendizajes que surgen ante la perturbación del mundial de fútbol, perturbación que dinamizó el aula de tal forma que se conformó un colectivo donde ponentes y asistentes interaccionaron para que

emergiesen conocimientos.

Lo que emergió en el taller no fue producto directo de la configuración inicial planteada, sino lo que surgió del colectivo del aula. Esto se posibilita en la flexibilidad mostrada por los ponentes (tallerista y equipo de apoyo) y los asistentes al taller. Entonces lo logrado no es resultado de una configuración específica que es mantenida durante el taller, sino por el contrario, de una configuración que permite lo emergente, y que se adapta a la idea de aprender en contextos de incertidumbre.

8.3 Estudiantes de Bachillerato Estudiando el Péndulo Doble

En el marco de la tesis doctoral del primer autor se realizó una puesta en escena para el estudio del movimiento de un péndulo doble (HERNÁNDEZ ZAVALETA, 2019; HERNÁNDEZ ZAVALETA y CANTORAL, 2018). Cada equipo de cuatro estudiantes trabajó con un péndulo doble manipulable de aluminio con barras inferiores intercambiables (ver Figura 1). El movimiento de este péndulo forzado es una situación clásica en el estudio de fenómenos caóticos (DELEANU, 2011; STROGATZ, 1994). Por tanto, es una vía para el estudio de movimientos irregulares difíciles de predecir. Todos los equipos respondieron a las mismas preguntas. El tiempo de las sesiones fue aproximadamente el mismo para todos los equipos (2h y 30 min).

La sesión constó de tres momentos: (1) Exploración libre, (2) Exploración de registro de datos y (3) Exploración de las gráficas de movimiento. Durante el primer momento se les pidió que mediante dibujos explicarían las modificaciones que sufría el movimiento de la barra superior. El segundo momento se focalizó en el registro de mediciones en tablas (por ejemplo, registro de la velocidad angular). Finalmente, durante el tercer momento se les solicitó que modificaran la gráfica del péndulo simple, para que coincidiera (a su entender) con los movimientos de la barra superior afectada por cada barra de distinto tamaño.

8.4 Aspectos destacados

Cada equipo tuvo diferentes alcances durante la sesión de trabajo. Para propósitos de este manuscrito se reportan las actividades de dos equipos que consideramos representativos de todo el conjunto de datos y son adecuados para las intenciones de esta investigación.

El primer aspecto para destacar es la configuración planteada por el

docente/investigador. Se trabajó por separado con cada equipo descentrando el papel del docente, es decir, los momentos de cada sesión fueron planeados para que el conjunto de estudiantes, sin ayuda del docente, tomaran las decisiones necesarias para realizar las tareas planteadas. Durante este proceso el docente intervino en contadas ocasiones, en las discusiones del grupo, para orientar la discusión. Sobre todo, aclarando dudas sobre las instrucciones que debían seguir.

Los integrantes de cada equipo interaccionaron de forma única. Como consecuencia de la configuración planteada cada equipo tuvo la oportunidad de hacer intercambios de ideas de manera única. Aunque todos estos intercambios propiciaron aprendizajes, hubo diferencias en las estrategias utilizadas para avanzar entre un momento y otro de la sesión, esto ocasionó que las producciones finales en cada equipo fueran diferentes.

En un equipo predominó la individualidad y la dependencia de la aprobación del docente. Cada idea que surgía debía ser verificada por el docente. Esto dificultó la elaboración y evolución de sus ideas, debido a que el docente se limitó a realizar preguntas orientadoras en lugar de aprobar o desaprobado las ideas. En adición a esto, predominó la individualidad y después de dos horas de sesión una de las estudiantes propuso modificar la gráfica del péndulo tomando en cuenta las pequeñas perturbaciones que la barra inferior le causaba a la superior; sin embargo, no hubo eco en su idea por las otras participantes, lo que obstaculizó la emergencia de ideas colectivas.

En contraste, el otro equipo se caracterizó por tener confianza en sus argumentos y la elaboración de discusiones colectivas. La confianza en sus argumentos se vio permeada por el surgimiento de un estudiante líder. Posteriormente estas ideas se discutían y se llegaba a un consenso. Esto permitió la elaboración de ideas complejas desde muy temprano en la sesión (15 minutos de haber comenzado). En este caso, el docente actuó como observador la mayor parte del tiempo. Las pequeñas perturbaciones que afectaban la barra superior fue un elemento que apareció constantemente y que ayudó a la aparición de prácticas especializadas para el análisis de diferentes comportamientos del movimiento del péndulo. Por ejemplo, este equipo consiguió distinguir diferentes movimientos de la barra superior utilizando las gráficas para sugerir puntos de tránsito entre comportamientos estables e inestables.

El contraste de ambos casos da evidencia sobre cómo las interacciones modifican la emergencia de entendimientos. Por un lado, la individualidad ayudó a que un individuo

en el grupo reflexionara sobre las modificaciones en la gráfica, pero no promovió aspectos colectivos. Ello no permitió a los integrantes vivenciar la actividad fluidamente. Por otro lado, las interacciones colectivas dieron cuenta de aspectos cruciales de la actividad, como son las pequeñas perturbaciones que afectaban la forma de moverse de la barra superior. Esto permitió a los integrantes vivenciar la actividad, las discusiones promovieron un lenguaje común que promovió el disfrute de la actividad y la construcción de conocimientos.

9 Discusión

Las situaciones analizadas muestran cómo la configuración descentrada permite una participación y discusión del colectivo que no siempre se orienta a lo planificado por el docente. El primer episodio es una situación de contexto, el partido de fútbol rompe la configuración inicial; sin embargo, el juego de interacciones y la capacidad de incorporar lo incierto de lo vivido en el fútbol, permite conformar, a partir de las interacciones, una nueva configuración que responde a las intencionalidades iniciales del Taller. Así la convergencia entre configuración e interacciones permitió el logro de los objetivos de aprendizaje, más que del itinerario de actividades propuesto a priori.

La segunda situación, descentrada del docente, mostró cómo las configuraciones autoorganizadas de los grupos de estudiantes favorecieron interacciones diferentes. Unas, más autónomas y orientadas a comprender lo incierto y novedoso del péndulo; y otra, más escolarizada y con menos interacción, en la que se benefició la espera de la respuesta escolarmente correcta dada por el docente. Ambas interacciones poco a poco permitieron la emergencia de significados en los dos equipos de estudiantes.

Los análisis mostraron cómo en los procesos de aprendizaje se vive una ruptura de las conductas pasivas de los participantes (propias de un aula tradicional). Esta ruptura contribuye al cambio de las reglas de interacción entre quienes están en la clase. Se modifica, de este modo, la configuración local e inicial en su forma de trabajo, de la cual emerge una nueva forma de discutir, argumentar y, por tanto, de construir conocimiento. Los participantes hacen uso de metáforas y símiles sin sentirse cuestionados, logrando consensuar sus reflexiones. Lo que permite esta nueva mirada es la diversidad de formas de razonar y pensar, incluyendo todas las ideas de los participantes, aceptando así la multiplicidad del aula viva.

De este modo surge una noción de incertidumbre que, al mirar el aula colectiva y

las perturbaciones, emerge de las interacciones de quienes conforman el aula y que no necesariamente responden al itinerario propuesto en la planificación del docente. Así, cuando miramos esta aula, se aprecia cómo es un aula viva que no responde a un determinismo, demanda al docente a dejarse permear por los otros y aquello que surge en la clase. En contraposición, una configuración tradicional lleva a generar un espacio de pocas interacciones, como se ve en el segundo grupo de la situación del péndulo. Por tanto, no se reconocen las emergencias ni en lo individual ni en lo colectivo y tampoco se logra incidir en el devenir de construcción de aprendizajes.

En el contraste de lo vivido, podemos destacar el rol favorecedor de aprendizajes colectivos de una configuración descentrada del docente. Tanto en la primera situación, como en la segunda, se promueve el trabajo autónomo de los estudiantes. Así, en la primera situación hay una perturbación inicial, la duración del partido, que rompe la configuración y posiciona a todo el grupo, talleristas y participantes, en una horizontalidad de hinchas de Colombia. En la otra situación, las perturbaciones se dan de modo localizado, no en la estructura del taller, sino en las configuraciones autónomas de los equipos. Surge un liderazgo claro en uno de los equipos, que orienta el trabajo de modo distinto al del otro equipo.

Otro aspecto que se observa en las situaciones es el impacto que tiene los tipos de interacciones que se conforman en aquello que emerge, tanto en quienes aprenden, como en el colectivo. En ambos casos, las interacciones horizontales, en donde las opiniones convivieron, favorecieron la emergencia de las nociones buscadas: La de incertidumbre la primera situación y la aparición prácticas matemáticas complejas en la segunda.

10 Conclusión

Nuestros análisis permiten valorar la triada configuración-interacción-emergencia como una categoría de análisis que facilita una mirada sistémica al aula, que se deja impactar por aquello que emerge en el colectivo de estudiantes. Los análisis de los episodios muestran cómo el proceso de enseñanza y de aprendizaje es un proceso dinámico, que no puede mirarse de modo segmentado, por ejemplo, enfocado solo en los estudiantes o en sus producciones. Comprender el rol dinámico y sistémico del aula como un espacio vivencial, en el que no podemos separar a los estudiantes del docente o del entorno y contexto en que se da el proceso de aprendizaje.

El rol de la configuración se muestra en ambos episodios como un elemento

central para provocar procesos de interacción diversos. Mientras que el tipo de interacciones que se promueven desde la configuración es favorecedor de emergencias de significados, tanto individuales como colectivos. La triada permite focalizar una mirada que no separa, sino que comprende el carácter sistémico y evolutivo de los procesos de aprendizaje.

A partir de lo presentado, creemos posible avanzar en propuestas de investigación e intervención educativas, que parten de una mirada compleja al aula y siguen en la construcción de herramientas para comprender dicha realidad, a través de una intervención que promueva mejores aprendizajes. En particular, se vuelve central lograr caracterizar elementos claves de una configuración. Elementos como la descentración del docente y el espacio para la autoorganización y diálogo de los estudiantes pareciera asegurar un proceso que acepta la novedad y lo incierto con miras a lograr los objetivos de aprendizaje previstos.

Los resultados que surgieron de nuestro estudio deben probarse en diversos contextos. A medida que esta investigación evoluciona nos encontramos explorando nuevos entornos áulicos que nos permitan anticipar nuevas interpretaciones y modificaciones de la triada. El estudio de estos escenarios se encuentra lleno de desafíos metodológicos que permiten evidenciar la riqueza y complejidad de las aulas de Matemáticas. Nuestro objetivo general a futuro es que esta triada permita crear y estudiar espacios educativos de interacciones horizontales que ofrezcan la oportunidad, a los aprendices, de vivenciar un aula de Matemáticas en la que se sientan libres de desarrollar sus ideas y capacidades al máximo.

Referencias

OLIVEIRA, Sandra Alves de; REZENDE, Dayselane Pimenta Lopes; REIS, Andreia Rezende Garcia; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. [Vivências de professoras dos Anos Iniciais no trabalho com a resolução de problemas em uma formação continuada.](#) *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 1-27, 2021.

AXELROD, Robert; HAMILTON, William. [The evolution of cooperation.](#) *Science*, v. 211, n. 4489, p. 1390-1396, mar. 1981.

BAUMAN, Zygmunt. *La cultura en el consumo de la modernidad líquida.* Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica, 2013.

BARDIN, Laurence. *Análisis de contenido.* Ediciones Akal, 1991.

CÂMARA, Helder Cavalcante; FONSECA, Ailton; SOUZA, Karlla. [Notas introdutórias sobre a formação do sujeito em Zygmunt Bauman e Edgar Morin.](#) *Holos*, Natal, v. 1, p.

290-297, 2014.

CANTORAL, Ricardo. *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento matemático*. 2. ed. Barcelona: Gedisa, 2016.

CARRASCO, Eduardo; CARRIÓN, Vicente; HERNÁNDEZ, Jesús; PRECIADO, Paulino; ARRIETA, Jaime, DIÁZ-MORENO, Leonora. Complejidad en el acto de conocer: segunda sesión. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Ciudad de México, v. 30, p. 139-147, 2017.

CARRASCO, Eduardo; HERNÁNDEZ, Jesús; CARRIÓN, Vicente; ARRIETA, Jaime; DIÁZ-MORENO, Leonora. Complejidad y construcción de conocimiento. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Ciudad de México, v. 29, p. 808-816, 2016.

CARRASCO, Eduardo; QUINTANILLA, Paola; ESPINOZA, Ramón; ESCOBAR, Diego. *Construcción de una noción de aprendizaje para enfrentar la sociedad de la incertidumbre*. *Actualidades Investigativas en Educación*, San José, v. 20, n. 2, p. 1-23, may./aug, 2020.

DAVIS, Brent, SIMMT, Elaine. *Understanding learning systems: Mathematics Education and Complexity Science*. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 34, n. 2, p. 137-167, mar. 2003.

DAVIS, Brent, SUMARA, Dennis. *Complexity and education: inquiries into learning, teaching, and research*. Mahwah: Erlbaum, 2006.

DILLENBOURG, Pierre. *Design for classroom orchestration*. *Computers & Education*, n. 69, p. 485-492, nov. 2013.

DELEANU, Dumitru. The dynamics of a double pendulum: classic and modern approach. *Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati*, v. 3, n. 2, p. 203-211, 2011.

DORIGO, Marco; BIRATTARI, Mauro; BLUM, Christian; CLERC, Maurice; STÜTZLE, Thomas; WINFIELD, Alan. *Ant colony optimization and swarm intelligence*. New York: Springer, 2008.

GRAY, Steven; STERLING, Eleanor; AMINPOUR, Payman; GORALNIK, Lissy; SINGER, Alison; WEI, Cynthia; AKABAS, Sharon; JORDAN, Rebecca; GIABBANELLI, Philippe; HODBOD, Jennifer; BETLEY, Erin; NORRIS, Patricia. *Assessing (social-ecological) systems thinking by evaluating cognitive maps*. *Sustainability*, v. 11, n. 20, p. 1-11, oct. 2019.

HERNÁNDEZ, Roberto; FERNÁNDEZ, Carlos; BAPTISTA, María del Pilar. *Metodología de la Investigación*. Ciudad de México: McGraw Hill, 2014.

HERNÁNDEZ ZAVALA, Jesús Enrique. *Elementos para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional entre estudiantes de bachillerato: el caso de "lo errático"*. 2019. 374f. Tesis (Doctorado en Matemática Educativa) — Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Instituto Politécnico Nacional. Ciudad de México.

HERNÁNDEZ ZAVALA, Jesús Enrique; CANTORAL, Ricardo. *Caracterización de*

prácticas asociadas con la predicción en el enfrentamiento con lo errático: un estudio socioepistemológico. *Transformación*, Camagüey, v. 14, n. 2, p. 177-189, may./ago. 2018.

HOLLAND, John. *El orden oculto: de como la adaptacion crea la complejidad*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica, 2004.

HURFORD, Andy. Complexity Theories and Theories of Learning: literature reviews and syntheses. Em: SRIRAMAN, Bharath; ENGLISH, Lyn. (Ed.). *Theories of Mathematics Education*. New York: Springer, 2010, p. 567-587.

JACOBSON, Michael; WILENSKY, Uri. [Complex systems in education: scientific and educational importance and implications for the learning sciences](#). *The Journal of the Learning Sciences*, v. 15, n. 1, p. 11-34, nov. 2009.

MATURANA, Humberto; VARELA, Francisco. *El árbol del conocimiento: las bases biológicas del entendimiento humano*. Buenos Aires: Limusa, 1984.

SILVA, Daniela Mendes Viera da; ESQUINCALHA, Agnaldo da Conceição. [Emergência da identidade profissional de professores que ensinam Matemática em conversas numa comunidade virtual de prática](#). *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 1-23, 2021.

MORIN, Edgar. *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa, 1995.

PENROSE, Roger. *La nueva mente del emperador*. Debolsillo, 2019.

PRECIADO-BABB, Armando Paulino. *Conversations held and roles played during mathematics teachers collaborative design: two dimensions of interaction*. 2011. Tesis (Doctor en Matemática Educativa) — Faculty of Education. Simon Fraser University. Canadá.

PRECIADO-BABB, Armando Pulino; METZ, Martina, MARCOTTE, Chenoa. [Awareness as an enactivist framework for the mathematical learning of teachers, mentors and institutions](#). *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n. 2, p. 257-268, 2015.

RADFORD, Luis. Mathematics and Mathematics classroom activity through the lens of a metaphor. In IORI, Maura. (Ed.). *La Matematica e la sua Didattica / Mathematics and Mathematics Education. In occasion of the 70 years of Bruno D'Amore*. Pitagora Editrice, 2016a, p. 439-446.

RADFORD, Luis. [The epistemic, the cognitive, the human: a commentary on the mathematical working space approach](#). *ZDM Mathematics Education*, n. 48, p. 925-933, sep. 2016b.

RESNICK, Mitchel. *Tortugas, termitas y atascos de tráfico: exploraciones sobre micromundos masivamente paralelos*. Barcelona: Gedisa, 2001.

SÁNCHEZ SALCEDO, José Fernando. Los vínculos sociales como formas de regulación. Reflexiones sobre el poder de los vínculos en la sociedad colombiana. *Nóesis*, Ciudad Juárez, v. 17, n. 34, p. 204-234, 2008.

SAWYER, Keith. *Social emergence: societies as complex systems*. Cambridge

University Press, 2005.

SCHWARZ, Baruch; PRUSAK, Naomi; SWIDAN, Osama; LIVNY, Adva; GAL, Kobi, SEGAL, Avi. [Orchestrating the emergence of conceptual learning: a case study in a geometry class](#). *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, v. 13, n. 2, p. 189-211, apr. 2018.

STROGATZ, Steven. *Non linear dynamics and chaos with applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*. Massachusetts: Perseus Books, 1994.

TOWERS, Jo; MARTIN, Lyndon C. [Enactivism and the study of collectivity](#). *ZDM Mathematics Education*, v. 47, n. 2, p. 247-256, apr. 2015.

VASILACHIS DE GIALDINO, Irene. Estrategias de investigación cualitativa. En: VASILACHIS DE GIALDINO, Irene (Ed.) *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa, 2006, p. 23-64.

VARELA, Francisco; THOMPSON, Eleanor; ROSH, Evan. *The embodied mind, revised edition: cognitive science and human experience*. Massachusetts: The MIT, 2017.

WOLFRAM, Conrad. *The math(s) fix: an education blueprint for the ai age*. Champaign: Wolfram Media, 2020.